

OTIMIZAÇÃO DO ARRANJO FÍSICO DO SISTEMA PRODUTIVO POR PROCESSO ATRAVÉS DO *SIMULATED ANNEALING*

LAYOUT OPTIMIZATION OF THE PRODUCTIVE SYSTEM BY PROCESS THROUGH SIMULATED ANNEALING

HIERONIM NAPIERALA¹

RESUMO: Neste trabalho é apresentado o problema do arranjo físico do sistema produtivo por processo sob a forma de designação quadrática. Para solucionar o problema é proposto o algoritmo *simulated annealing* e é apresentado um exemplo numérico para ilustrar a aplicabilidade do algoritmo; a seguir, é apresentada a solução encontrada e são discutidas as vantagens da aplicação do *simulated annealing*.

ABSTRACT: This paper presents the problem of the layout of the production system per process in the form of quadratic assignment problem. To solve the problem is the proposed simulated annealing algorithm. The paper gives a numerical example to illustrate the applicability of the algorithm. The solution is presented and are discussed the advantages of the algorithm.

Palavras-chaves: layout, problema da designação quadrática, algoritmo *simulated annealing*.

Key words: layout, quadratic assignment problem, simulated annealing.

Sumário: Introdução - 1 Revisão bibliográfica - 2 *Simulated annealing* - 3 Aplicação numérica do modelo proposto - Conclusão - Referências.

¹ Doutor em Engenharia de Produção pela UFSC, professor adjunto do Centro de Ciências Sociais Aplicadas – CCSA, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, campus de Marechal Cândido Rondon, PR, e-mail: hnapierala@terra.com.br.

INTRODUÇÃO

O arranjo físico, ou *layout*, de uma unidade produtiva objetiva definir a localização física dos recursos produtivos. Definir a localização física é decidir onde colocar as instalações, máquinas e equipamentos da produção. O arranjo físico determina, portanto, a forma de alocação de máquinas e a maneira como os materiais fluem através das operações pelo sistema produtivo. O layout de uma unidade industrial é a disposição física dos equipamentos, da qual faz parte o espaço necessário à movimentação de material, armazenamento e outras atividades e serviços dependentes.

Em uma unidade industrial, mudanças relativamente pequenas na localização de uma máquina, podem afetar o fluxo de materiais que, por sua vez, poderá afetar os custos e a produtividade. Uma alocação de recursos racional contribui significativamente para o aumento da eficiência das operações e para a redução dos custos de movimentação (SLACK *et al*, 1997).

Os layouts de sistemas produtivos são, geralmente, definidos de acordo com o fluxo de materiais no sistema de quatro formas: *layout fixo*, *layout por processo*, *layout por produto* e *layout celular*. Cada tipo de layout apresenta um conjunto de vantagens e limitações referentes ao tempo de processamento, trabalho em processo, flexibilidade do produto e da demanda, utilização de máquinas, especialização dos operadores e custos de manutenção (DAVIS *et al*, 2001).

Vários softwares foram desenvolvidos, cada um com uma orientação específica – alguns para projetar o layout de seções/departamentos dentro de uma empresa, outros para projetar o layout das máquinas/centros produtivos em um setor industrial (MUHLEMANN *et al*, 2001).

O presente trabalho objetiva apresentar o algoritmo *simulated annealing* para definir o *layout por processo*, ou *job-shop*, levando em consideração o custo das instalações e da movimentação dos materiais, mostrando, ao mesmo tempo, a viabilidade de se estender a aplicação do mesmo em outras aplicações.

1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O layout de instalações industriais define a disposição dos recursos de produção e a interação destes em um espaço delimitado. A disposição considera as dimensões dos recursos necessárias à operação, manutenção, abastecimento de produtos a processar e escoamento de produtos processados. A interação leva

em conta a passagem de produtos e/ou informações de um recurso para outro, as alternativas de transporte, a prioridade ou importância das interações e os custos. Na definição do layout de produção são observadas as distâncias entre recursos e o fluxo de produção de modo a evitar a formação de gargalos, devido a arranjos que bloqueiem ou dificultem o fluxo dos produtos entre os recursos.

Baseando-se na programação e no volume de produção, combinação de produtos e processos, Muhlemann et al (2001) definem os seguintes objetivos principais para o estudo da otimização de layout de uma instalação:

- a) maximizar a flexibilidade do arranjo dos equipamentos e operações;
- b) maximizar a interação entre os processos;
- c) maximizar o aproveitamento de espaço físico;
- d) minimizar o tempo total de produção;
- e) minimizar a distância entre os processos;
- f) reduzir o custo de manuseio de materiais;
- g) diminuir o custo de instalação de cada processo;
- h) minimizar os investimentos em equipamentos;
- i) melhorar a segurança e o conforto dos trabalhadores.

Uma vez que a definição de layout considera os produtos a serem produzidos, o processo de produção e os volumes programados de produção, os objetivos do layout variam conforme o produto e/ou processo em questão.

Marques (1993) classifica os modelos de layout conforme a abordagem dada ao problema em:

- a) Métodos sistemáticos, que se baseiam em uma seqüência de etapas visando, por exemplo, aproximar processos com maior fluxo de materiais entre si;
- b) Métodos heurísticos, que utilizam procedimentos de cálculo capazes de fornecer soluções que, se não ótimas, pelo menos estão mais próximas das soluções ótimas.
- c) Sistemas especialistas, que utilizam o conhecimento armazenado em linguagem natural para resolver problemas de uma área específica de conhecimento;
- d) Os modelos matemáticos, expressos pela função objetivo e restrições que representam a realidade de um dado problema.

Tompkins et al. (1976) minimiza a somatória dos fluxos, multiplicados pela distância percorrida, similar ao problema de designação quadrática – Quadratic Assignment Problem – (QAP). A minimização do custo de cada ligação entre recursos pode ser expressa pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n v_{ik} d_{jl} x_j x_k \\ \text{s.a:} \quad & \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ & x_{ij} \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

em que $x_{ij} = 1$ indica que o posto i deverá se alocado na posição j , em caso contrário, $x_{ij} = 0$, $C_{m \times n}$ é a matriz dos custos de instalação das máquinas em cada local ou adaptação de cada área em relação aos requisitos de cada posto de trabalho, $V_{m \times m}$ é a matriz de volumes transportados entre os processos, $D_{n \times n}$ é a matriz de distância entre os locais.

O QAP é um problema NP-Completo, segundo Pardalos *et al.* (1993), em geral, de difícil solução, ou seja, não há algoritmo capaz de encontrar a solução ótima para um problema de grandes proporções em tempo polinomial. O QAP pode ser interpretado da seguinte maneira: supondo que m processos precisam ser atribuídos a n localizações, de modo que, para cada localização j , seja atribuído um único processo i e, da mesma forma, que cada processo i seja atribuído a uma única localização j . Para representar a interação entre os processos, um fluxo de materiais positivo é associado a cada par de processos. Assim, o problema consiste em atribuir a cada processo uma localização diferente de todos os demais, de forma que a soma dos fluxos de materiais multiplicada pelas distâncias entre todos os processos seja a mínima possível.

A complexidade combinatória do arranjo físico por processo levou, segundo Slack *et al.* (1997), ao desenvolvimento de numerosos procedimentos heurísticos com o propósito de auxiliar no processo do projeto. Os procedimentos ideais são aqueles cujas regras de bom senso fazem parte da busca da solução. Dentre os algoritmos de melhoramento, o CRAFT (*Computerized Relative Allocation of Facility Technique*)

¹ No processo de recozimento, o metal é aquecido de forma contínua até atingir determinada temperatura, na qual é mantido e, posteriormente, resfriado no forno com decaimento controlado da temperatura. O objetivo do recozimento é alterar a estrutura cristalina do metal com o intuito de melhorar suas características mecânicas e estruturais.

(Armour e Buffa, 1963), e o CORELAP (*Computerized Relationship Layout Planning*), ALDEP (*Automated Layout Design Program*) e RMA Comp 1 (*Richard Mather and Associates*), são exemplos conhecidos (Muhlemann *et al.*, 2001). Outras abordagens, como algoritmos genéticos (Holland, 1975), *simulated annealing* (Kirkpatrick *et al.*, 1983) e busca tabu (Glover, 1989), também têm sido aplicadas com sucesso para resolver problemas de otimização e de layout.

Os ambientes computacionais propostos na bibliografia, tanto os construtivos quanto os de melhoramento, atuam fundamentalmente com o objetivo de minimizar o custo de manipulação de materiais e/ou maximizar a proximidade dos processos. Em uma concepção de projeto, embora o problema tenha sido amplamente estudado, ainda são poucos os trabalhos que consideram a abordagem de solução com base em *simulated annealing*.

2 SIMULATED ANNEALING

Este método baseia-se na noção de vizinhança de uma solução, no espaço de soluções possíveis do problema e pode ser visto como uma variante da técnica heurística de procura local, em que um subconjunto das soluções possíveis é explorado, sendo deslocado de uma solução para uma solução próxima. Trata-se de um tipo de métodos de melhoria iterativa que tem por objetivo evitar a convergência da solução para os ótimos locais por procurar soluções em outras regiões no espaço de soluções viáveis. Em geral, uma solução próxima à solução ótima global é encontrada depois de algumas iterações. Um caso simples destes métodos é o algoritmo designado por *hillclimbing* (para maximização), ou *hill-descending* (para minimização), de que o *simulated annealing* pode ser considerado uma versão generalizada (EGLESE, 1990).

O método de *simulated annealing* faz uso de uma analogia da termodinâmica, no que diz respeito ao fenômeno da mudança do estado de energia de um material sólido, quando submetido a um processo de arrefecimento até convergir para um estado final, que depende do modo como é feito o arrefecimento. Em 1983 Kirkpatrick propõe usar um algoritmo, conhecido na década de 1950 e atribuído a Metropolis *et al.*, (1953), quando pesquisadores utilizavam a simulação de Monte Carlo para reproduzir o esquema de queda de temperatura ocorrido no processo de recozimento. Sabendo que diferentes velocidades de resfriamento levam a diferentes propriedades nos materiais, o objeto do estudo é avaliar a melhor velocidade. Se

o material é resfriado rapidamente os cristais metálicos terão imperfeições na sua formação, ao passa que, se é resfriado lentamente, serão formados os cristais de tamanho grande. Além das diferenças estruturais, há diferenças significativas em termos de custos de processo, tendo em vista que o processo mais lento é muito mais oneroso, porque usa uma grande quantidade de energia.

No algoritmo cada iteração tende para um valor fixo da temperatura do material sólido, começando-se a uma dada temperatura. É gerada uma perturbação no estado do material e calcula-se a alteração de energia correspondente. Se a energia diminui, o sistema muda para este novo estado, caso contrário, o novo estado é aceito mediante o valor de uma dada função de probabilidade. O processo é repetido várias vezes dentro da mesma iteração (para a mesma temperatura), após a diminuição da temperatura, começando, em seguida, um novo ciclo até que o material congele em um estado final de equilíbrio de energia mínima (KIRKPATRICK *et al.*, 1983).

A partir da década de 1980, as mesmas idéias – antes restritas ao campo da engenharia metalúrgica – começaram a ser utilizadas na solução de problemas matemáticos combinatórios e não-lineares multimodais.

Por analogia, no problema de otimização um estado do material sólido corresponde a uma solução do problema; o nível de energia do material corresponde ao valor da função objetivo para uma solução; a temperatura corresponde a um parâmetro de controlo que diminui em cada iteração, sendo basicamente o contador de iterações. O estado final corresponde à solução encontrada. O método começa com uma solução subótima do problema para um certo valor do parâmetro de controle, correspondente à temperatura. Em cada iteração este parâmetro mantém-se constante. É escolhida aleatoriamente entre as soluções vizinhas uma que será aceita como a solução atual se o seu custo for menor. Caso contrário, se o custo for maior, a solução escolhida pode ser aceita se um valor aleatoriamente gerado for menor que o valor da função de probabilidade. Isto é repetido um número determinado de vezes dentro da mesma iteração, após o que o parâmetro de controlo é decrementado, repetindo-se em seguida um novo ciclo até que o parâmetro de controlo seja igual a zero. Um dos problemas com os algoritmos de melhoria iterativa é o de se caminhar para soluções que correspondem a pontos ótimos locais, e não globais, da função de custo. Estes algoritmos correm o risco de terminarem com soluções que não são ótimas e este é o problema do algoritmo, acima referido, de *hill-descending*. É isto que o simulated annealing tenta evitar, ao permitir aceitar soluções piores do que a atual, porém, em iterações iniciais, quando o valor da função de probabilidade é mais alto. À medida que o parâmetro da temperatura diminui a possibilidade para mover-se para

uma solução pior decaí, de modo que o comportamento esperado do algoritmo será o de dar inicialmente alguns saltos entre pontos afastados no espaço de soluções possíveis, em princípio obtendo uma solução próxima do ótimo, concentrando-se em seguida na exploração da vizinhança dessa solução até obter a solução ótima. Para isto, no entanto, é necessário especificar os parâmetros, o perfil de evolução da temperatura (taxa para qual o parâmetro da temperatura diminui) - valores inicial e final, número de repetições para cada temperatura e decréscimo desta de iteração para iteração. Para cada tipo particular de problema, será, ainda, necessário, definir a função de custo e a vizinhança (COLIN, 2007).

Talvez a questão mais importante da analogia é que, em sua forma original, a *simulated annealing* emprega uma função exponencial que permite a busca mais ampla nas primeiras iterações tornando-se, à medida que ocorrem, mais restrita.

O procedimento do algoritmo é apresentado na Figura 1 (Michalewicz e Fogel,

```

procedure simulated annealing
begin
   $t \leftarrow 0$ 
  inicialize  $T$ 
  escolhe aleatoriamente solução inicial  $v_c$ 
  avalie  $v_c$ 
  repeat
    repeat
      escolhe uma nova solução  $v_n$ 
        a partir da  $N(v_c)$ 
      if  $eval(v_c) < eval(v_n)$ 
        then  $v_c \leftarrow v_n$ 
      else if  $random [0,1] < e^{\frac{eval(v_n) - eval(v_c)}{T}}$ 
        then  $v_c \leftarrow v_n$ 
    until (condição de término)
   $T \leftarrow g(T, t)$ 
   $t \leftarrow t + 1$ 
until (critério de parada)
end

```

Figura 1 - Estrutura do algoritmo *simulated annealing*

Para além das vantagens já descritas para os métodos heurísticos, o método *simulated annealing* tem como vantagem ser computacionalmente econômico em termos do espaço de memória necessário, pois mantém na memória, apenas, o estado atual e evita a convergência para soluções subótimas e em cada passo espera-se encontrar uma melhor solução de maneira interativamente, embora não garanta uma solução ótima.

3 APLICAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO PROPOSTO

Para ilustrar a aplicação do modelo proposto, foi resolvido um exemplo teórico com 10 processos diferentes, todos com as mesmas dimensões mínimas apresentadas na Figura 2.

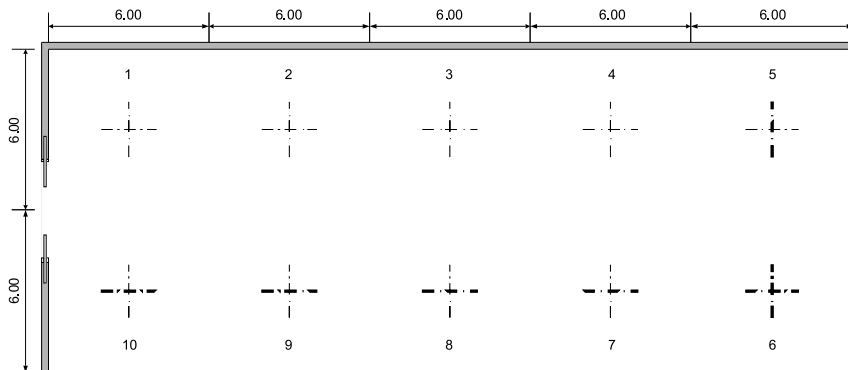


Figura 2 - Esboço da área disponível

Nesta unidade produtiva devem ser fabricados cinco produtos e a seqüência das operações, bem como o volume diário de cada produto é aprestando na quadro 1.

Produto	Volume de produção diária	Seqüência das operações
001	250	ABDIEHCJFG
002	300	BAHEFJHIGA
003	200	BCIJEHGAB
004	400	HGEHF E JG
005	500	ABDJFHDCACB

Quadro 1 - Dados da produção

Uma solução viável é aquela que não viola nenhuma das restrições impostas. Neste exemplo considerou-se o seguinte conjunto de restrições:

i) o espaço destinado a conter todos os processos é retangular e todos os processos devem ser alocados dentro da dimensão da área disponível;

ii) os processos apresentam exigências individuais de área física e são modelados como blocos quadrados em ambientes de piso único;

iii) os processos não podem se sobrepor e podem ser alocados em qualquer espaço ainda não utilizado.

iv) não há adjacência, isto é, os processos não precisam ficar próximos em razão da dependência existente entre eles.

v) para estimar a distância entre os processos e, usa-se distância de centro a centro, calculada na forma de distância retangular:

$$d_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|.$$

Com a aplicação do algoritmo, obteve-se a convergência com o custo mínimo de 149.100,00 conforme a Figura 3.

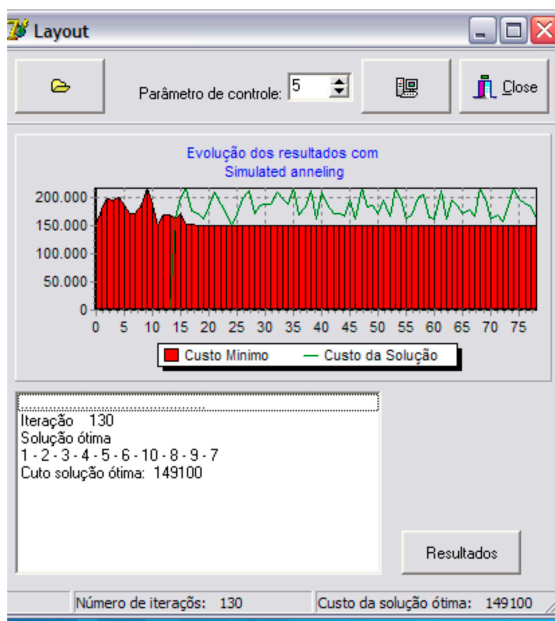


Figura 3 - Convergência do algoritmo

Este valor corresponde à quantidade de movimentação de materiais no processo produtivo de cinco produtos, adotando-se a solução gerada pelo algoritmo cuja distribuição dos processos é apresentada na Figura 4. Embora não existam garantias de que a distribuição dos processos é ótima, os resultados obtidos sempre são muito próximos da melhor solução conhecida. No caso do exemplo apresentado houve a convergência para a solução ótima.

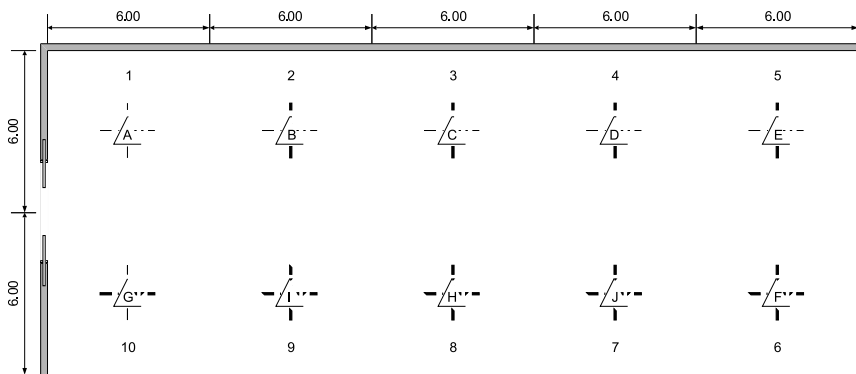


Figura 4 - Layout proposto

CONCLUSÃO

Heurísticas, por definição, não garantem a otimização do problema ao qual elas são aplicadas. Entretanto, são especialmente úteis para os problemas que não são resolvidos apropriadamente com as metodologias otimizantes (COLIN, 2007). Mesmo com o uso de heurísticas são encontradas soluções próximas das ótimas. Em termos de qualidade, é difícil dizer qual das heurísticas é a melhor e a parametrização depende do problema em questão. De forma geral, os métodos heurísticos são iniciados como uma solução viável e fazem alterações nos valores das variáveis tentando identificar resultados melhores. O que muda de um método para outro é a forma pela qual as variáveis são modificadas. No caso do *simulated annealing*, novas regiões do espaço das soluções selecionadas aleatoriamente são exploradas de acordo com a probabilidade. A utilização de algoritmo, para solução dos problemas de otimização combinatoria, é uma alternativa viável e simples de ser implementada, sendo esta a maior vantagem na sua aplicação. Esta simplicidade do algoritmo também se revela ao se aplicá-lo para solucionar o problema do layout. Se o projeto sofrer algumas alterações o modelo deveria ser revisado quanto à avaliação do custo total do projeto.

REFERÊNCIAS

- ARMOUR, G. C.; BUFFA, E. S. A heuristic algorithm and simulation approach to relative allocation of facilities. **Management Science**, v. 9, p. 294-309, 1963.
- COLIN, E. C. **Pesquisa operacional: 170 aplicações em estratégias, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.
- DAVIS, M. M.; AQUILANO, N. J.; CHASE, R. B. **Fundamentos da administração da produção**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- EGLESE, R.W. Simulated annealing: a tool for operation research. **European Journal of Operation Research**, v. 46, p. 271-281, 1990.
- GLOVER, F. Tabu search – part I. **ORSA Journal on Computing**, v. 1, n. 3, p. 190-206, 1989.
- HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. Ann Arbor, MI: University of Michigan, 1975.
- KIRKPATRICK, S.; GELLAT Jr., C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. **Science**, v. 220, p. 671-680, 1983.
- MARQUES, S. R. A. **Projeto de layout industrial no contexto just in time auxiliado por computador**. Florianópolis, 1993. 175p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, 1993.
- METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A. W.; ROSENBLUTH, M. N.; TELLER, A. H.; TELLER, E. Equation of state calculation by fast computing machines. **Journal of Chemical Physics**, v. 21, p. 1087-91, 1953.
- MUHLEMANN, A.; OAKLAND, J. S.; LOCKYER, K. G. **Zarządzanie: produkcja e usługi**. Warszawa: PWN, 2001.
- PARDALOS, P. M.; RENDL, F.; WOLKOWICZ, H. The Quadratic Problem: A Survey and Recent Developments. **DIMACS Workshop Serie in Discrete Mathematics and Theoreticts Computer Science**, May 20-21, 1993.
- SLACK, N. et al. **Administração da produção**. São Paulo: Atlas, 1997.
- TOMPIKINS, J. A.; REED Jr., R. An applied model for the facilities design problem. **International Journal of Production Research**, v. 14, n. 5, p. 583-595, 1976.

Artigo recebido em: Julho/2010

Aceito em: Setembro/2010