OS DIÁLOGOS EM UM AMBIENTE DE ANÁLISE DE MODELOS E TECNOLOGIAS: QUEDA DE UM OBJETO COM RESISTÊNCIA DO AR

Educere Et Educare
Revista de Educação
Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017
Ahead of Print

THE DIALOGUE IN AN ENVIRONMENT OF MODEL ANALYSIS AND TECHNOLOGIES: FALL OF AN OBJECT WITH AIR RESISTENCE

Débora da Silva Soares[1]

Guilherme Vier[2]

RESUMO: O objetivo deste artigo é analisar os diálogos que estudantes desenvolvem ao analisarem um modelo matemático para o fenômeno da queda livre. O contexto da pesquisa é um curso de extensão oferecido a estudantes de Licenciatura em Matemática de uma Universidade do Rio Grande do Sul, o qual propôs o estudo de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral I com base na análise do referido modelo matemático. A pesquisa é de cunho qualitativo e baseia-se nos estudos de Alrø e Skovsmose (2006) acerca da comunicação em salas de aula de Matemática. A análise dos dados apontou para dois momentos no curso de extensão: um caracterizado pelo padrão de comunicação jogo-de-perguntas e o outro caracterizado pela cooperação investigativa.
PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática; Ensino de Cálculo; Comunicação.

ABSTRACT: The aim of this paper is to analyze the students' dialogues while analyzing a mathematical model of the free fall phenomenon. The context of the research is an extension course offered to Mathematics Majors of an University at Rio Grande do Sul State, Brazil, which proposed the study of Calculus concepts based on the analysis of the mathematical model mentioned above. The research is a qualitative approach and is based on the studies of Alrø and Skovsmose (2006) about the communication in Mathematics classrooms. The data analysis pointed to two moments in the extension course: one characterized by the communication pattern of quizzing and the other characterized by the inquiry cooperation.

[1] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil. Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Departamento de Matemática Pura e Aplicada, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brasil. Membro Associado do GPIMEM. Endereço para correspondência: Av. Bento Gonçalves, 9500, Prédio 43-111, Agronomia, CEP: 91509-900, Porto Alegre, RS, Brasil. Email: debora.soares@ufrgs.br

[2] Discente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e bolsista FAPERGS de Iniciação Científica. Email: gv.vier@gmail.com

KEYWORDS: Mathematical Modelling; Calculus; Communication.

Introdução

Em Soares (2012) foi apresentada uma abordagem pedagógica para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral I, em que alguns dos principais conceitos da disciplina foram trabalhados com base na análise de um modelo matemático para um fenômeno biológico, a transmissão da malária. Essa proposta foi desenhada e aplicada para estudantes de um curso de graduação em Biologia. As análises desenvolvidas em Soares (2012) e também em Soares e Borba (2014) e em Soares e Souto (2014) indicaram potencialidades e limitações das tarefas que compõem a proposta e abriram caminho para a realização de um novo ciclo de proposições e análise da mesma.

Dentre os questionamentos que decorreram desse trabalho inicial, encontram-se alguns relacionados à adaptação da proposta para o trabalho com estudantes de Licenciatura em Matemática. Por exemplo, de que modo aprofundar o estudo dos conceitos sem perder de vista o fenômeno em estudo? Que reflexões os estudantes conseguem desenvolver no ambiente criado? Que tipo de diálogos os estudantes desenvolvem nesse ambiente? Neste artigo, apresentamos nossas primeiras reflexões acerca desta última pergunta, isto é, vamos analisar os diálogos desenvolvidos por estudantes de Licenciatura em Matemática em um ambiente de aprendizagem no qual os conceitos de Cálculo são desenvolvidos com base no estudo de um modelo matemático para um fenômeno físico com o uso de um software, o Modellus. Em especial, focaremos o diálogo desenvolvido pelos estudantes ao analisarem os parâmetros do modelo de queda de um objeto com resistência do ar, uma das tarefas propostas no curso.

Acreditamos que a análise dos tipos de diálogos desenvolvidos entre os estudantes trará contribuições para o entendimento das outras questões supracitadas, assim como também poderá indicar outras potencialidades e limitações das tarefas propostas, contribuindo para o seu aperfeiçoamento. A ideia central desta proposta é que os conceitos de Cálculo sejam trabalhados a partir da análise de modelos matemáticos, em especial de modelos que envolvem equações diferenciais ordinárias, desde o primeiro dia de aula. Nesse aspecto, o uso de softwares matemáticos tem um papel central no processo, pois permite aos estudantes terem acesso às soluções do modelo e, também, a sua manipulação (SOARES, 2012; SOARES; BORBA, 2014). No que segue, detalhamos a pesquisa realizada e desenvolvemos a análise objetivada.

Contexto da pesquisa e aspectos metodológicos

O contexto da pesquisa constituiu-se de um curso de extensão elaborado e oferecido para estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade do Rio Grande do Sul. Apesar de o curso ter sido divulgado a todos os estudantes da Licenciatura e não exigir quaisquer pré-requisitos para sua participação, apenas alunos que já haviam cursado a disciplina de Cálculo se inscreveram no mesmo. No total, quatro estudantes participaram do curso, sendo que um deles era estudante do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade.

O objetivo do curso foi o estudo de conceitos de Cálculo com base na análise de um modelo matemático para um fenômeno físico com o uso do software Modellus. O curso de extensão teve duração de 24 horas, distribuídas em oito encontros de três horas cada. As tarefas propostas neste curso tiveram como base aquelas apresentadas em Soares (2012), as quais foram analisadas e reformuladas com o intuito de superar as limitações ora identificadas. Além disso, uma nova tarefa foi elaborada, cujo objetivo foi o de trabalhar o conceito de Integral.

O curso de extensão em sua versão final apresentou a estrutura descrita a seguir. No primeiro encontro, um vídeo sobre o salto da estratosfera realizado por Felix Baumgartner foi apresentado aos estudantes para iniciar o debate sobre o fenômeno de queda livre. Com base no vídeo, além de aspectos relacionados à façanha do salto realizado, os estudantes conversaram sobre as variáveis tempo, velocidade e altura. Na sequência, desenvolveu-se um debate sobre o fenômeno de queda livre de modo mais geral, identificando a força que o campo gravitacional exerce sobre o objeto. De forma conjunta e com base na Segunda Lei de Newton os estudantes e a professora construíram o seguinte modelo para o fenômeno: $dv/dt=-9,8$. Na sequência, os estudantes trabalharam na primeira tarefa, cujo objetivo era introduzir o trabalho com o software Modellus e desenvolver uma primeira exploração do modelo matemático.

No segundo encontro, os estudantes desenvolveram a segunda tarefa, a qual enfocou a análise das condições iniciais e dos parâmetros do modelo matemático. No terceiro e quarto encontros, os estudantes dedicaram-se à terceira tarefa, cujo objetivo era o estudo da velocidade instantânea e sua relação com o conceito de derivada da função posição. No quinto e sexto encontros, a tarefa quatro foi desenvolvida, a qual teve como foco o estudo do conceito de integral definida e sua relação com o conceito de deslocamento. Finalmente no sétimo e oitavo encontros os estudantes trabalharam com a quinta tarefa, a qual propunha que fosse realizada uma modificação no modelo matemático para inclusão da resistência do ar, fator desconsiderado inicialmente, assim como um estudo dos campos de direção do modelo.

Ao longo de todo o curso, os estudantes trabalharam com o software Modellus, software que permite o trabalho com modelos matemáticos que envolvem funções, iterações, equações diferenciais ordinárias e equações a diferenças finitas. Dentre os recursos disponíveis no software estão a configuração de parâmetros, a visualização de gráficos e tabelas, e a possibilidade de elaborar animações, em especial aquelas vinculadas a fenômenos físicos.

Os estudantes desenvolveram as tarefas em duplas ou trios, dependendo de quem estava presente. A dinâmica de trabalho, em geral, foi a seguinte: primeiramente os estudantes resolviam as tarefas em duplas, elaborando um relatório escrito de suas conclusões e reflexões. Após finalizarem a tarefa, um debate em grande grupo era conduzido pela professora. Os relatórios escritos produzidos pelos alunos, as gravações em áudio de seus diálogos, as gravações em vídeo dos debates em grande grupo e os cadernos de campo elaborados pelos pesquisadores, constituem as fontes de dados para esta pesquisa, a qual é de cunho qualitativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994; LINCOLN; GUBA, 1985). Neste artigo, vamos analisar as transcrições das gravações em áudio dos diálogos dos alunos na resolução da quinta tarefa, cujo objetivo foi modificar o modelo para incluir a resistência do ar e desenvolver uma análise do mesmo.

Aspectos teóricos que embasam o curso de extensão

Conforme apresentado anteriormente, a ideia central do curso de extensão é propor o estudo de conceitos de Cálculo com base na análise de um modelo matemático para um fenômeno físico, no caso, a queda livre. De modo geral, essa abordagem é denominada de Análise de Modelos (JAVARONI; SOARES, 2012; SOARES, 2012; SOARES; JAVARONI, 2013) e constitui-se como uma maneira de se trabalhar com modelos matemáticos em sala de aula.

Conforme discutido em Soares (2012) e em Soares (2015), podemos entender essa abordagem como um processo de Modelagem Matemática com um ciclo de modelagem rudimentar (NISS, 2015). Na Análise de Modelos, os estudantes iniciam o trabalho com um modelo matemático já existente e procuram entender o problema que é modelado, assim como as hipóteses e simplificações que foram utilizadas para elaborá-lo. Neste estudo, há um enfoque na interpretação do modelo, na análise de suas soluções e da influência dos parâmetros em seu comportamento, na avaliação do modelo perante o fenômeno estudado. Os estudantes, de fato, não elaboram um modelo próprio para a situação, mas podem ser encorajados a fazer modificações no modelo estudado. Além disso, como foi o caso do trabalho desenvolvido no curso de extensão, os estudantes podem não resolver o modelo para encontrar suas soluções, mas utilizar um software para ter acesso às mesmas.

Esta aparente incompletude do ciclo de modelagem pode, na verdade, ser interpretada como uma reorganização do processo de modelagem (SOARES, 2015). Uma primeira reorganização deve-se a iniciar o processo por um modelo em vez de um problema de outra área que não a Matemática. Na verdade, o problema ainda é o ponto de partida, mas ele já está modelado, com hipóteses e simplificações elaboradas. Este início "alternativo" para o processo de modelagem já foi apontado e exemplificado por Blomhøj e Kjeldsen (2011). Uma segunda reorganização do processo de modelagem é a resolução do modelo ser feita por um software (nesse caso, o Modellus), o que permite aos estudantes o acesso às soluções do modelo mesmo sem saber como resolver equações diferenciais ordinárias (SOARES, 2015). No caso do modelo para queda livre, a resolução com lápis e papel envolveria a identificação da equação como uma equação de variáveis separáveis e a aplicação das técnicas específicas para determinar sua solução analítica. Outra maneira possível de determinar as soluções seria a utilização das técnicas qualitativas, as quais envolvem a determinação de pontos fixos e o estudo de sua estabilidade. Com o uso do Modellus, os estudantes podem focar seu pensamento completamente na análise do comportamento das soluções e de seus significados, sem se preocupar com cálculos nem com os processos de resolução qualitativa. Nesse sentido, o uso do Modellus reorganiza o processo de análise de um modelo matemático.

A noção de reorganização proporcionada pelo uso de tecnologias digitais está vinculada ao construto seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), o qual embasa a visão epistemológica sobre o uso de computadores desta pesquisa. De acordo com esse construto, as tecnologias desempenham um papel ativo no processo de produção de conhecimento, uma vez que a partir das possibilidades e restrições fornecidas pelas mesmas organiza-se o pensamento e o raciocínio. Neste sentido, as tecnologias moldam o pensamento. Por outro lado, ao utilizar uma tecnologia, o indivíduo também a molda, na medida em que a utiliza de maneira própria. Desenvolve-se, então, um processo de moldagem recíproca. Assim sendo, as tecnologias desempenham um papel central nos processos de produção de conhecimento.

Em Soares (2012) o papel central identificado para o software Modellus foi o de permitir o acesso dos estudantes às soluções do modelo e também a possibilidade de realizarem experimentações tanto relacionadas ao fenômeno em estudo quanto relacionadas aos conceitos matemáticos. A abordagem experimental-com-tecnologias (BORBA; VILLARREAL, 2005) foi desenvolvida em um contexto aplicado, a Análise de Modelos. Este aspecto também foi considerado na elaboração das tarefas propostas no curso de extensão que embasa a pesquisa aqui apresentada.

Com base nos aspectos que foram apresentados até o momento, podemos caracterizar o curso de extensão ofertado como um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática e uso de tecnologias digitais. Mais especificamente, um ambiente em que os estudantes foram convidados a analisar um modelo matemático para o fenômeno da queda livre com o uso do software Modellus e, com base nessa análise, investigar e refletir sobre conceitos de Cálculo, assim como sobre o próprio fenômeno em estudo. No caso do curso de extensão proposto, a reflexão sobre os conceitos de Cálculo foi orientada com questões abertas de caráter investigativo, sempre procurando explorar as potencialidades do software Modellus. Além disso, neste ambiente de aprendizagem os estudantes também foram convidados a fazer modificações no modelo matemático para contemplar aspectos desconsiderados no modelo inicial. Em especial, este processo de modificar o modelo matemático pode ser um primeiro passo para a realização de um processo mais completo de modelagem pelos alunos. É com este ambiente como contexto que procuramos analisar os diálogos dos estudantes, buscando compreender sua estrutura.

Possíveis diálogos em educação matemática

A comunicação que ocorre nas salas de aula de Matemática é o foco de estudo de Alrø e Skovsmose (2006). Para estes autores, diferentes qualidades nessa comunicação implicam em diferentes qualidades no processo de aprendizagem, e algumas dessas qualidades podem ser expressas em termos de diálogo. Ao longo do seu trabalho, os autores definem diálogo a partir de dois pontos de vista: um teórico e outro com base na análise de dados empíricos.

A definição com base teórica é a seguinte: "*Dialogar compreende realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade*" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.134, itálico no original). O aspecto "realizar uma investigação" diz respeito ao ato de investigar, de querer descobrir alguma coisa. Nesse aspecto, os autores observam que é importante que os participantes do diálogo estejam abertos para escutar uns aos outros, permitindo que se possa falar tudo o que se pensa e buscando compreender as diferentes perspectivas apresentadas. Além disso, também é necessário abrir mão de sua perspectiva, permitindo que ela seja analisada pelos demais e possa ser fonte de investigação. Neste processo, novas perspectivas podem surgir em conjunto. Alrø e Skovsmose (2006, p.124) afirmam que, no seu entendimento, uma "investigação inclui coletividade e colaboração". Na sala de aula, para que ocorra a investigação, é importante que o professor se mantenha curioso a respeito das perspectivas dos alunos e não tenha respostas prontas.

O aspecto "correr riscos" está relacionado à imprevisibilidade do diálogo. Não se sabe, ao se iniciar um diálogo, onde se chegará. Dialogar envolve correr riscos epistemológicos e também emocionais, uma vez que sentimentos bons e ruins podem se desenvolver. No ambiente escolar é importante manter um certo risco, mas nada que seja exagerado para que os alunos não se desmotivem, nem fiquem totalmente perdidos sem conseguir avançar (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

O terceiro aspecto, "promover a igualdade", refere-se a saber lidar com as diferenças e a diversidade; não significa chegar a um acordo. Em sala de aula, considerando que professor e alunos têm papéis profissionais diferentes, a igualdade pode ser desenvolvida nas relações e comunicações interpessoais. Nesse sentido, é importante que não haja imposição por parte do professor para que os alunos participem do diálogo; "(...) isso significa que o professor pode convidar os alunos para um diálogo investigativo, mas eles têm de aceitar o convite para que o diálogo aconteça" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.131-132).

A definição de diálogo apresentada por Alrø e Skovsmose (2006) nos permite entender, portanto, que um diálogo é uma comunicação que possui certas qualidades. A definição embasada na teoria apontou para os três aspectos acima discutidos. Por outro lado, uma segunda definição é apresentada pelos autores: "(...) *um processo envolvendo atos de estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.135, itálico no original). Estes "atos" citados na definição são exemplos de "atos dialógicos" e compõem o Modelo de Cooperação Investigativa (Modelo-CI) desenvolvido pelos autores com base na análise de comunicações de sala de aula. A seguir detalhamos o entendimento dos autores acerca de cada um desses atos dialógicos.

Em um processo de colaboração investigativa, "estabelecer contato" refere-se a prestar atenção no outro, ouvindo-o com atenção e buscando compreender suas perspectivas, "com respeito mútuo, responsabilidade e confiança" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.106). O processo de estabelecer contato pode ser identificado nas questões investigativas, no apoio mútuo, nas questões de confirmação e também no bom humor. O ato de "perceber" está relacionado com tomar consciência de uma descoberta, experimentar, examinar. Questões hipotéticas (o-que-acontece-se?), de confirmação e de conferência são indícios deste processo. Segundo os autores, por vezes pode ocorrer o "não perceber", por exemplo quando perspectivas interessantes são ignoradas ou desconsideradas.

"Reconhecer" é um processo que envolve examinar as perspectivas e ideias percebidas, reconhecendo uma perspectiva para torná-la conhecida por todas. Esse processo envolve questões-por-quê que, por sua vez, conduzem a um processo de justificativa. Além disso, envolve o delineamento matemático de ideias presentes na tarefa proposta, por exemplo, ou na escolha de algoritmos e modos de resolução de um problema. O ato de "posicionar-se" refere-se à argumentação, isto é, a dizer o que se pensa e defender uma posição, mas, ao mesmo tempo, estar aberto para críticas a esta ideia. "Pensar alto" significa expressar em voz alta aquilo em que se está pensando, tornando públicas as perspectivas e também disponíveis para investigação coletiva. Uma vez que a ideia foi expressa em voz alta, é possível que outros participantes do

diálogo "reformulem" essa ideia, utilizando suas próprias palavras ou questões de conferência. A reformulação é importante para se certificar de que as ideias uns dos outros foram bem compreendidas e também para "manter contato" durante a conversa apoiando-se emocionalmente.

O ato de "desafiar" consiste em questionar perspectivas já estabelecidas, buscando examinar novas possibilidades e elucidar perspectivas. Em sala de aula, um desafio pode ser posto pelo professor, mas ele deve levar em consideração que os alunos precisam entendê-lo para que seja algo construtivo. Um desafio pode ser um ponto de inflexão no processo de investigação. Finalmente, "avaliar" diz respeito a obter-se um feedback, uma crítica do processo de investigação realizado, e pode assumir diferentes formas.

Estes atos dialógicos que compõem o Modelo-CI foram assim separados, segundo os autores, com o intuito de constituírem um recurso analítico, mas isso não significa que eles sejam isolados uns dos outros. Além disso, os autores também comentam que esses elementos podem aparecer em qualquer ordem e de diversas formas em uma comunicação. Outro aspecto que destacam é que o processo dialógico em sala de aula é frágil e podem surgir obstáculos para a sua condução como, por exemplo, o cronograma, ou a autocensura dos alunos, ou a sua resistência.

Além disso, um outro padrão de comunicação também pode obstaculizar o processo dialógico, a saber, o jogo-de-perguntas. Segundo Alrø e Skovsmose (2006), o jogo-de-perguntas é um dos padrões dominantes de comunicação no ensino de Matemática tradicional. Uma característica desse modo de comunicação, é que o professor já sabe onde quer chegar, e propõe questões que tentam conduzir os alunos a esse mesmo destino. Num certo sentido é como se o professor quisesse que os alunos adivinhassem o que ele tem em mente. Segundo Alrø e Skovsmose (2006), nesse tipo de comunicação, os estudantes não conseguem ter uma visão geral dos conceitos estudados e focam no processo de adivinhação.

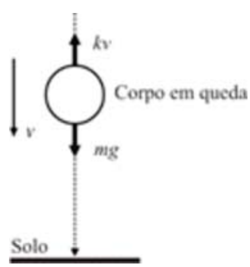
No que segue, vamos utilizar esses elementos acerca da comunicação em sala de aula para analisar os diálogos dos estudantes participantes da pesquisa, buscando compreender sua estrutura.

Apresentação e análise inicial dos dados

Nesta seção apresentamos recortes dos diálogos dos estudantes na realização da Tarefa 5 do curso, a qual tinha por objetivo a modificação do modelo matemático do fenômeno de queda livre para a introdução da resistência do ar. A tarefa foi pensada para ter dois momentos: um primeiro momento em que os alunos refletiriam por si mesmos acerca de que forma incluir a resistência do ar no modelo; e um segundo momento em que o modelo clássico seria apresentado e discutido com os estudantes, comparando com a sua proposição e encaminhando uma análise dos mesmos utilizando o software Modellus. No entanto, devido ao tempo escasso, apenas a segunda parte da tarefa foi realizada. A seguir, passamos a apresentar o ocorrido no encontro em que essa tarefa foi desenvolvida, já buscando uma identificação dos padrões de comunicação, com o intuito de compreender como ocorrem os diálogos dos estudantes e também as reflexões desenvolvidas.

O encontro iniciou-se com presença de duas estudantes, as quais denominaremos por E1 e E2, da professora (P) e do monitor (M). Depois de uma organização inicial, a professora conduziu uma discussão com as estudantes acerca da resistência do ar e de sua influência sobre um objeto em queda. Inicialmente, a professora apontou que o coeficiente de resistência do ar depende de vários aspectos, incluindo a forma do objeto em queda, sua superfície, e o meio em que o fenômeno se desenvolve, de modo que definir o coeficiente de resistência do ar exige, por si só, um processo de modelagem. Ela também explicou para as estudantes que, a partir de experimentações, identificou-se que a força de resistência do ar é proporcional à velocidade do objeto. A partir dessas observações, a professora procurou construir um diagrama de forças com a colaboração das estudantes, identificando duas forças agindo sobre o objeto: a força peso (*mg*) e a força de resistência do ar (*kv*), ambas com mesma direção, mas com sentidos opostos (Fig. 1).

Figura 1 - Diagrama de forças do modelo considerado.



Fonte: obaricentrodamente.blogspot.com.

Considerando a Segunda Lei de Newton, F=ma, e a resultante entre as forças que atuam sobre o objeto, a professora deduziu o seguinte modelo matemático:

$m(dv/dt)=-mg+kv$,

onde k é uma constante, k<0, chamada de coeficiente de resistência do ar, e que depende do objeto; v é a velocidade do objeto; g é a aceleração da gravidade, e m é a massa do objeto. O referencial utilizado é o mesmo que o do software Modellus, isto é, negativo quando o movimento é para baixo e positivo quando o movimento é para cima.

Com base nesta discussão inicial, as estudantes deram início ao desenvolvimento da tarefa, seguindo um tutorial para a inserção do modelo no software Modellus e a

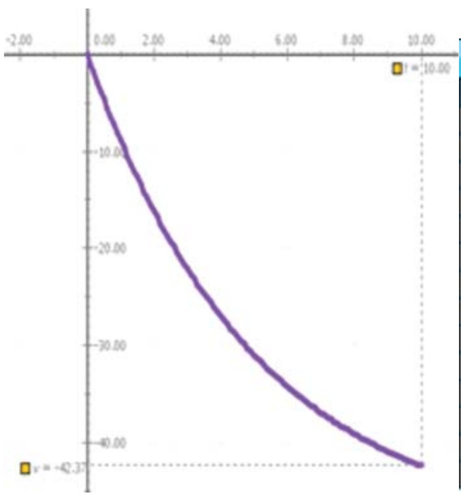
Educere Et Educare ISSN 1809-5208 e-ISSN 1981-4712
Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017 *Ahead of Print*
UNIOESTE CAMPUS DE CASCAVEL

realização das configurações necessárias. Uma sequência de quatro questões foi proposta ao final do tutorial e elas começaram trabalhando sobre a primeira delas, cujo enunciado está no Quadro 1, a seguir.

02) Faça rodar a simulação no Modellus e observe o gráfico de *v(t)*. Como é o comportamento desse gráfico? O que ele está indicando acerca do fenômeno da queda do objeto? Como ele se diferencia do gráfico que estávamos analisando no modelo anterior[1]?

Quadro 1 - Questão 2 da Tarefa 5.
Fonte: Acervo dos autores.

Figura 2- Gráfico da velocidade em função do tempo e tabela dos valores de v e t a cada 0,1s produzidos a partir de k=-2, m=10, velocidade inicial nula e tempo final 10s.



Tabela

t	v
8.70	-40.40
8.80	-40.57
8.90	-40.74
9.00	-40.90
9.10	-41.06
9.20	-41.22
9.30	-41.37
9.40	-41.52
9.50	-41.67
9.60	-41.82
9.70	-41.96
9.80	-42.10
9.90	-42.23
10.00	-42.37

Fonte: Acervo dos autores.

Inicialmente, as alunas abrem o arquivo do software que produziram na tarefa anterior, onde ainda estavam analisando a queda livre, para relembrar como era o comportamento do gráfico da velocidade, a saber, linear. A partir daí, elas enfrentam alguma dificuldade para identificar quais gráficos estão plotados nos dois arquivos e também para entender o comportamento dos gráficos da velocidade. Em particular, em algum momento no início da comunicação, E1 sugere que o gráfico da velocidade para o fenômeno da resistência do ar é quadrático: "O comportamento do gráfico é de forma quadrática, né?", o que é confirmado por E2: "Uhum. [2seg.] De forma quadrática...". Mas esta observação parece estar gerando algum estranhamento, pois mais a frente E1 observa: "A posição era quadrática, mas agora a posição continua quadrática, mas agora a velocidade também é quadrática". Em nosso entendimento, este estranhamento parece estar relacionado ao seu conhecimento de que a velocidade é a derivada da posição. Sendo assim, como a derivada de uma função quadrática ainda seria quadrática? Elas não conseguem avançar nesse debate e já estão desconfortáveis quando a professora chega no grupo e questiona sobre o andamento da atividade.

P: E aí, gente?
E1: A gente não tá conseguindo.
P: O que vocês não tão conseguindo?
E1: Nem a primeira [questão]. É porque a gente, a gente bugou agora, a velocidade tendo, a gente não sabe o que isso significa pro movimento, pro fenômeno.
P: Vamos olhar o gráfico lá então [Fig.2]. É esse aqui? Nossa.
E1: É o roxo.
[...]
P: Tá. Então olha só, [...] se vocês olharem por exemplo a partícula talvez fique, é, o movimento da animação, talvez dê pra ver melhor o que tá acontecendo, né? A bolinha tá caindo aqui, concordam? Né? A velocidade tá aumentando, né? [E1: Uhum] [...] Tem um momento em que ela começa a fazer isso aqui, né, o que isso significa em termos de gráfico, esse comportamento aqui que ela tá…
E2: Ah... tá crescendo mais lentamente?
P: Isso, ela tá aumentando, ela aumenta [E1/E2: Aham], mas aumenta mais devagar, tá, nesse sentido...
[...]
P: Ou seja, ela tem um comportamento que aumenta a velocidade cada vez mais devagar e aqui começa a acontecer uma coisa interessante que é, o que vocês podem ver nesse pedaço aqui? [3seg] Com o valor da velocidade?
E1: Que ela tá aumentando, mas cada vez mais lentamente.
P: Isso, mas essa parte aqui do gráfico não dá a sensação de que, na verdade, tá se aproximando de alguma coisa?
E2: De um mi?
E1: Que ela não vai cheg... [riso].
P: Que ela não vai o quê?
E1: Que ela não vai alcançar, que tem um valor que ela não vai alcançar.
[...]
P: Agora vocês têm uma força que tá contando com o sentido contrário; fisicamente o que essa força faz? [2seg] Na hora que joga a bolinha, que ela cai, ela começa a aumentar a velocidade, mas essa força aqui começa a aumentar também porque, lembrem, essa força é proporcional à velocidade.
E2: Sim.
E1: Aham.
P: Quanto maior a velocidade... [2seg] essa força é maior ou menor?
E2: É maio... maior.
E1: Maior.
P: Né, porque ela é proporcional à velocidade, tá certo?
E1: Por maior, tu subtrai negativamente.
P: É, por maior, tu tá somando, mas tá indo no sentido contrário do movimento.
E1: Uhum.
[...]
P: Bom, a primeira coisa, descrever o comportamento, vocês conseguem descrever pra mim como é esse comportamento? Com as palavras de vocês?
E1: É, é que não é quadrático, né.

Neste trecho observa-se que a professora se aproxima da dupla para ver como está o andamento da tarefa. A aluna E1 comenta que não estão conseguindo fazer nem a primeira questão. A professora questiona as alunas, então, sobre os gráficos que estão plotados no software, buscando identificar cada um deles e também iniciar um contato com as alunas. Na sequência, a professora direciona a atenção das alunas para a animação da partícula, sugerindo que elas observem o comportamento da mesma a partir das imagens estroboscópicas. Com base nessa observação, E2 conclui que a velocidade continua crescendo, mas cada vez mais lentamente, o que a professora confirma. Então, a professora chama a atenção das alunas para que elas observem o comportamento assintótico do gráfico e também compreendam como a força de resistência do ar interfere no movimento de queda do objeto. Ao longo desta comunicação, as estudantes pensam alto e tornam públicas suas perspectivas. Ao final da intervenção observa-se que E1 percebe que o gráfico da velocidade não tem um comportamento quadrático como havia conjecturado inicialmente. Ainda, percebe-se que elas se sentiram mais confiantes em prosseguir com a atividade.

Interpretamos esta intervenção da professora como uma “vista privilegiada”. “Vistas privilegiadas são criadas quando o professor prepara o terreno. Elas representam possíveis perspectivas nas atividades de sala de aula. Uma vista privilegiada proporciona uma visão geral da tarefa e dá algum sentido a ela” (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006, p.32). No nosso entendimento, foi isso que a professora fez ao intervir no trabalho das alunas, isto é, apresentou uma perspectiva e uma visão geral da tarefa. Entretanto, o modo como ela conduziu esse processo foi um jogo-de-perguntas, em que a professora já sabe onde deseja chegar e, por meio de perguntas, conduz as alunas ao mesmo destino. As alunas, por sua vez, procuram adivinhar o que a professora tem em mente. Este tipo de comunicação, segundo Alrø e Skvosmose (2006) é típico de uma aula tradicional e não possibilita/incentiva a cooperação investigativa, podendo inclusive ser um obstáculo para a mesma.

Após esta intervenção, a professora esclarece às alunas que ela não está preocupada com uma descrição analítica das funções, isto é, em identificar uma lei para as funções soluções, mas sim com uma descrição mais qualitativa de seu comportamento. Neste meio tempo, o estudante E3 chega ao encontro. Depois dos cumprimentos, as alunas E1 e E2 o colocam a par da tarefa. Com o incentivo da professora, a aluna E1 explica ao aluno E3 as modificações que foram feitas no modelo matemático e também a análise que elas desenvolveram até o momento sobre o gráfico da velocidade do objeto. Após os três estudantes se sentirem satisfeitos com o entendimento sobre essa questão, a aluna E1 finaliza o registro escrito sobre o que foi debatido e eles partem para a questão seguinte proposta na tarefa (Quadro 2). A professora e o monitor decidem acompanhar o debate dos estudantes de perto, ao invés de deixá-los sozinhos como fora feito nos encontros anteriores, devido ao tempo restrito que tinham disponível e que poderia inviabilizar um debate em grande grupo sobre a tarefa.

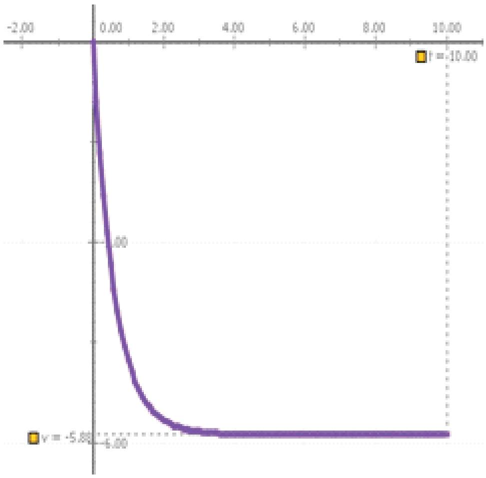
03) Mantenha o valor de k=-2 e modifique o valor de m utilizando o indicador de nível[1]. O que ocorre com o comportamento do gráfico de $v(t)$ conforme modificamos os valores de m? O que isso significa em termos do fenômeno de queda do objeto?

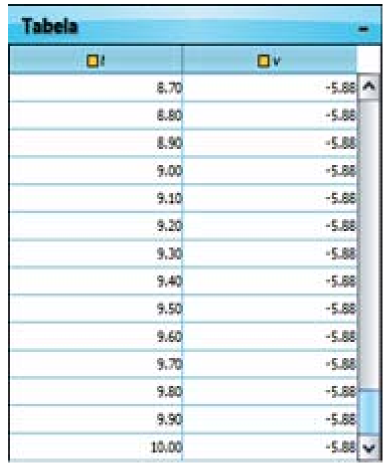
Quadro 2 - Questão 3 da Tarefa 5
Fonte: Acervo dos autores.

Os alunos fazem as modificações indicadas na questão e rodam a simulação no software.

Figura 3- Gráfico da velocidade em função do tempo e tabela dos valores de v e t a cada 0,1s produzidos a partir de k=-2, m=1.2, velocidade inicial nula e tempo máximo 10s.

Educere Et Educare ISSN 1809-5208 e-ISSN 1981-4712
Vol. 12 Número 24 Jan./Abr. 2017 *Ahead of Print*
Unioeste Campus de Cascavel





Tabela

t	v
8.70	-5.88
8.80	-5.88
8.90	-5.88
9.00	-5.88
9.10	-5.88
9.20	-5.88
9.30	-5.88
9.40	-5.88
9.50	-5.88
9.60	-5.88
9.70	-5.88
9.80	-5.88
9.90	-5.88
10.00	-5.88

Fonte: Acervo dos autores.

E3: Ah, agora ficou diferente, parece uma reta.
P: É.
E1: Nossa.
P: Vamos ampliar pra ver o que acontece.
E3: Aah... [surpresa]
E1: Meu deus!
E3: Então quanto maior a massa [E2: Ele caiu.]...
P: [3seg] Quanto maior a massa, tá fazendo uma mudança no gráfico. [E3: é...] Mesmo que tá olhando só pro t=20 [até 20], mas mesmo assim.
E2: E se a gente colocar mais do que 20[s] pra gente…
[Seguindo a sugestão de E2, a aluna E1 modifica o tempo máximo para 50]
[...]
E2: Ai, ele não muda [riso].
E1: Nossa. Mas ele vai indo, ó.
[...]
E1: Gente! Que louco!
[riso geral]
E1: Olha aqui!
E2: Olha ali.
E1: Ele não termina.
E2: Ele tá praticamente...
[...]
E1: Nossa, que horror! Ele fica retooo! [3seg] Ai, eu buguei agora.
E2: [riso].
P: Aí a massa tá muito pequena, né?
E1: Sim.
P: O que aconteceu ali?
E1: [riso] O que aconteceu...
E3: A velocidade...
E2: A velocidade ficou constante...

E1: A velocidade ficou constante.
E2: Posso dizer isso?
E1: Pode, pode!
P: [N]a tabela, ela tá praticamente constante, tá muito perto de ser.
E2: Tá igual.
E1: [som de surpresa] Ela ficou um tempão constante! Ela tá constante!
E2: Sobe mais [na tabela] pra ver onde ela mudou.
[...]
E1: No tempo 4 e 20 [t=4,20] ou até 4 e 30 [t=4,30], antes de 4 e 30 [t=4,30]...
E2: Então ela fica constante, como se fosse cair num, isso é por causa que…
E1: [2seg] Porque as forças se equilibraram.
E2: Se igualaram, não? Não é isso?
E1: As forças se equilibraram, gente! Que louco!

Neste excerto os estudantes escolhem um valor para a massa do objeto que é muito pequeno (m=1,2) e rodam a simulação do software, inicialmente com tempo máximo de 20 e depois com tempo máximo de 50. Conforme observam a construção do gráfico eles manifestam surpresa com o comportamento que vai se revelando e também bom humor, expressado pelas gargalhadas conjuntas, indicando que há um estabelecer contato. Também procuram evidenciar o que estão visualizando: "Ah, agora ficou diferente, parece uma reta" (E3); "Ai, ele não muda" (E2); "Mas ele vai indo, ó"(E1); "Ele não termina" (E2); "Ele fica retooo!" (E1). Há uma sequência de pensar alto, em que os alunos explicitam o que estão observando sobre o comportamento do gráfico da velocidade pelo tempo. Porém, essas impressões ainda não evidenciam uma tentativa de compreender o que está ocorrendo em termos do fenômeno de queda. O questionamento proposto pela professora - "Aí a massa tá muito pequena, né? O que aconteceu ali?" - procura convidar os alunos a uma investigação mais detalhada da situação, sugerindo um norte para a mesma. Os estudantes respondem a esse convite procurando evidenciar o comportamento do gráfico da velocidade utilizando uma linguagem matemática mais precisa. O aluno E3 inicia essa comunicação com: "A velocidade…" e a aluna E2 complementa sua meia fala: "A velocidade ficou constante". Na sequência a aluna E1 repete esta mesma afirmação: "A velocidade ficou constante". E ainda há uma reconfirmação quando E2 pergunta "Posso dizer isso?" e E1 afirma "Pode, pode!". Em termos do Modelo-CI, observa-se que os estudantes estão desenvolvendo uma escuta ativa e estão procurando compreender as perspectivas apontadas pelos outros, o que demonstra um estabelecer contato. Além disso, a sugestão dada por E1 de que a velocidade fica constante e a confirmação de E2 podem ser entendidas como perceber, uma vez que trazem à consciência de todos o comportamento observado no gráfico. Na sequência, a professora sugere que a tabela seja analisada, ao afirmar que "[N]a tabela, ela [a velocidade] tá praticamente constante, tá muito perto de ser". Os alunos movimentam a barra de rolagem da tabela procurando o instante em que a velocidade começa a ficar constante e confirmam a observação qualitativa do gráfico a partir dos registros numéricos da tabela.

E então E2 comenta "Então ela fica constante, como se fosse cair num, isso é por causa que…", abrindo espaço para uma reflexão acerca de porque a velocidade fica constante. Segundo Alrø e Skovsmose (2006) as questões-por-quê conduzem a um processo de justificação, e constituem o ato dialógico reconhecer. A aluna E2 não chegou a formular uma questão, propriamente dita, mas enunciou a busca pelo entendimento de uma justificativa para o comportamento observado, colocando a perspectiva considerada por todos sob foco de investigação. A aluna E1 posiciona-se: "Porque as forças se equilibraram"; e E2 reformula: "Se igualaram, não? Não é isso?". A confirmação é expressada por E1, que também expressa animação por esta descoberta: "As forças se equilibraram, gente! Que louco!”.

Observa-se nesse processo um delineamento matemático, na medida em que os estudantes identificam o comportamento constante do gráfico, mas também um delineamento físico, uma vez que eles também identificam a relação entre o comportamento constante e o equilíbrio de forças atuantes sobre o objeto em queda. Observa-se também que os estudantes procuram manter contato durante o processo investigativo, na medida em que complementam meias falas, reformulam as afirmações e fazem questões de confirmação. Na sequência, E1 procura entender o que exatamente o equilíbrio de forças significa em termos do fenômeno de queda.

E1: Daí ele fica, não fica flutuando, né?
E2: Não…
E1: Se as forças se equilibram….
E1: É que eu achei que se as forças se equilibrassem, eu achei que ele [o objeto] ia ficar flutuando.
P: Como se ficasse parado?
E1: É!
P: Não...
E1: Ele cai de forma…
P: Por que tem gravidade, né.
E1/E2: É.
P: Bom, supondo que ele tem uma altura razoável pra ele bater no chão.
E1: É.
E2: Ele vai ficar, tá entendi, vai cair, ele continua caindo, mas à mesma velocidade.
P: Uhum.

A aluna E1 torna pública sua perspectiva, pensando alto e de forma um tanto insegura, o que pode ser observado pela forma com que fala, a saber, negando sua hipótese e usando uma tag question (“né?”): “Daí ele fica, não fica flutuando, né?”. Por outro lado, apesar dessa forma insegura, pode-se interpretar esse questionamento como um desafio, uma vez que conduz o debate a uma nova direção. A aluna E2 posiciona-se negativamente à perspectiva de E1, que insiste: “Se as forças se equilibram… É que eu achei que se as forças se equilibrassem, eu achei que ele [o objeto] ia ficar flutuando.” A professora reformula sua afirmação, buscando confirmar se entendeu a perspectiva da aluna: “Como se ficasse parado?”, mas mais a frente ela também nega essa perspectiva e argumenta “Porque tem a gravidade, né”. Essa perspectiva da professora não é questionada, mas parece auxiliar a aluna E2 a compreender o que ocorre com o objeto, quando afirma: “Ele vai ficar, tá entendi, vai cair, ele continua caindo, mas à mesma velocidade”.

Observa-se, neste último momento do excerto, um novo delineamento físico, na medida em que a aluna explicita qual o efeito do equilíbrio de forças sobre o movimento do objeto. Na verdade, observar que o objeto cai com a mesma velocidade a partir de certo momento, é um retorno à observação inicial feita sobre o comportamento constante do gráfico da velocidade, apesar de este fato não ter sido observado por nenhum dos participantes no debate. Novamente, nota-se uma escuta ativa por parte dos participantes, porém não há exatamente um movimento no sentido de analisar a perspectiva proposta por E1, uma vez que ela logo é negada. Conforme Alrø e Sksvosmose (2006) observam, há perspectivas que se perdem, podem até mesmo não ser percebidas.

Os alunos ainda buscam refletir sobre mais uma questão vinculada a esta tarefa, a saber, o lugar onde o objeto em queda pára. Na sequência, os estudantes redigem suas conclusões acerca da questão analisada e analisam a próxima questão, a qual propõe variar as condições iniciais do modelo e analisar sua influência no comportamento das soluções. Devido a limitações de espaço, não as apresentaremos aqui.

Considerações finais

O objetivo deste artigo é analisar o diálogo dos estudantes no curso de extensão no qual foi proposto o estudo de conceitos de Cálculo com base na análise de um modelo matemático para o fenômeno da queda livre. Analisamos dois recortes de diálogos dos estudantes, ambos no desenvolvimento da quinta tarefa, que propunha uma modificação no modelo para considerar a resistência do ar. Tomando como base o debate de Alrø e Skovsmose (2006) acerca da comunicação em sala de aula de Matemática, identificamos estes dois recortes como dois momentos com características distintas.

O primeiro momento refere-se à intervenção feita pela professora no desenvolvimento da questão 2. Conforme identificamos anteriormente, a professora usou um padrão de jogo-de-perguntas nessa comunicação, procurando conduzir as estudantes às conclusões que ela já tinha em mente. Nesse processo, observamos que a professora não iniciou a comunicação identificando as perspectivas das alunas. Se isso tivesse sido feito, ela já teria tomado conhecimento da conjectura feita por E1 de que a velocidade tinha um comportamento quadrático e poderia ter investigado sua razão de ser. Esta conjectura, que pareceu ser motivo de estranhamento para as alunas, não se tornou explícita para a professora e o jogo-de-perguntas também não permitiu espaço para que as alunas tornassem pública essa perspectiva para ser investigada por todas. A cooperação investigativa foi obstaculizada. Apesar disso, a intervenção se tornou uma vista privilegiada para a tarefa, pois apresentou uma ideia geral da mesma e permitiu que as estudantes adquirissem confiança para continuar avançando.

O segundo momento refere-se ao desenvolvimento da questão 3. Observamos neste momento uma mudança no padrão de comunicação: do jogo-de-perguntas para um diálogo. De fato, os atos dialógicos perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto e reformular foram seguidamente identificados nos excertos. O ato de desafiar foi identificado apenas uma vez nas falas dos estudantes, mas no nosso entendimento as próprias questões propostas podem ser interpretadas como desafio. Já o ato da avaliação não ficou evidenciado nos recortes apresentados, mas ao longo dos diálogos completos foi possível identificar momentos como estes em comentários como: " Que legal isso!" feito pela aluna E2 referindo-se à reflexão que foi desenvolvida acerca da velocidade limite. Nossa interpretação, portanto, é que neste segundo momento, o Modelo-CI foi contemplado e houve diálogo entre alunos, professora e monitor, segundo a definição empírica de diálogo de Alrø e Skovsmose (2006).

E do ponto de vista da definição teórica de diálogo dada pelos autores? São três os elementos que a compõe: realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade. No nosso entendimento, esses três elementos também são contemplados no desenvolvimento da questão 3. Primeiramente, todos os participantes estavam abertos a investigar como a mudança do parâmetro m influenciaria no comportamento da solução v(t). Realizaram os experimentos e fizeram as observações, procurando compreendê-las. Em segundo lugar, correram riscos, na medida em que nenhum dos participantes sabia de que forma o diálogo avançaria e, além disso, sentiram-se livres para fazer conjecturas e expor suas perspectivas ao escrutínio dos demais. Finalmente, promoveu a igualdade, pois as diferentes perspectivas foram respeitadas e analisadas em conjunto. Portanto, entendemos que houve diálogo também de acordo com a definição teórica apresentada.

Apesar de não havermos enfatizado o software Modellus nessa análise, observamos que ele esteve presente ativamente em todo o desenvolvimento da tarefa, uma vez os estudantes embasaram suas reflexões e conjecturas nos dados apresentados pelo software de forma gráfica, tabular e em animação, assim como realizaram as experimentações de parâmetros sugeridas. Além disso, parece-nos que podemos associar os atos dialógicos de desafiar e avaliar ao papel do software no desenvolvimento dessa tarefa. De fato, cada nova simulação desafia os estudantes a compreenderem as informações que são apresentadas pelo software. Por outro lado, a medida que os estudantes avançam nessa compreensão, suas conjecturas podem ser validadas ou refutadas com base nos dados do software. Por exemplo, o uso da tabela pelos estudantes para confirmar que a velocidade estava mesmo constante (questão 3) pode ser entendido como um ato de avaliação.

Tendo em vista os padrões de comunicação que foram identificados na análise aqui desenvolvida, confirmamos a afirmação de Alrø e Skovsmose (2006) de que o diálogo, em geral, não preenche uma conversa inteira e ampliamos nossa consciência sobre a importância de estar vigilante nos momentos de intervenção para que o caráter dialógico do curso se mantenha ao máximo em vigência. Assim, consideramos que a identificação e caracterização das comunicações desenvolvidas em um processo de modelagem, o qual é por nós entendido como um processo que envolve investigações, pode contribuir para a organização deste ambiente pelo professor. Em particular, suas intervenções podem ser pensadas de forma a favorecer o modelo de cooperação investigativa e minimizar o padrão jogo-de-perguntas, para que o processo investigativo seja reforçado, consequentemente enriquecendo o processo de modelagem.

Por outro lado, apesar da identificação deste momento de jogo-de-perguntas (e provavelmente de outros momentos), nossa percepção é a de que o curso de extensão promoveu e incentivou o diálogo entre os estudantes, na medida em que as questões propostas tinham o caráter aberto e os convidaram a investigar e refletir sobre o modelo para a queda, livre e considerando a força de resistência do ar. A partir destas investigações, os estudantes elaboraram delineamentos físicos e matemáticos relacionados ao fenômeno. Além disso, nas tarefas anteriores, os alunos refletiram sozinhos sobre as questões durante o tempo que achassem necessário e as intervenções da professora eram mais pontuais - o tempo não foi um obstáculo. Certamente uma análise mais detalhada sobre as demais questões nos permitirá confirmar ou não essa percepção.

Notas

[3] A partir deste momento passaremos a utilizar o termo "Cálculo" para nos referir à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, com o objetivo de simplificar a escrita.

[4] Ambiente de aprendizagem está sendo entendido conforme Skovsmose (2000).

[5] Website: <http://www.modellus.co> Acesso em 28 Set. 2016.

[6] Vídeo disponível em: <http://https://www.youtube.com/watch?v=FHtvDA0W34I&feature=iv&src_vid=OcU5Duvp7JI&annotation_id=annotation_988653> Acesso em: 28 Set. 2016.

[7] O curso de extensão foi ministrado pela primeira autora deste artigo e contou com a monitoria do segundo autor.

[8] Modelo de queda livre, isto é, sem considerar a resistência do ar.

[9] O indicador de nível é um recurso do software Modellus que permite a variação de parâmetros de forma mais dinâmica, na própria área de trabalho do software.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H; SKOVSMOSE O. Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática. 2. ed. Minas Gerais: Autêntica Editora, 2006.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos. 1ª Edição. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

BLOMHØJ, M.; KJELDSEN, T. H. Students' reflections in mathematical modelling projects. In: KAISER, G.; et al. (Eds.) Trends in teaching and learning of mathematical modelling. New York: Springer, 2011. p.385-396.

JAVARONI, S. L.; SOARES, D. S. Modelagem Matemática e Análise de Modelos Matemáticos na Educação Matemática. Acta Scientiae, Canoas, v. 14, n. 2, p.260-275, maio/ago. 2012.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. Naturalistic Inquiry. 1ª Edição. Newbury Park: Sage Publications, 1985.

NISS, M. Prescriptive modelling - challenges and opportunities. In: STILLMAN, G. A; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) Mathematical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences. Cham: Springer, 2015. p.67-80.

SOARES, D. S. Uma Abordagem Pedagógica Baseada na Análise de Modelos para alunos de Biologia: qual o papel do software? 2012. 341 folhas. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2012.

SOARES, D. S. Model Analysis with Digital Technologies: a "hybrid approach". In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) Mathematical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences. Cham: Springer, 2015. p. 453-463.

SOARES, D. S.; BORBA, M. C. The role of software Modellus in a teaching approach based on Model Analysis. ZDM, Heidelberg, Alemanha, v.46, n.4, p. 575-587, ago. 2014.

SOARES, D. S.; JAVARONI, S. L. Análise de Modelos: possibilidades de trabalho com modelos matemáticos em sala de aula. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Eds.) Tecnologias Digitais e Educação Matemática. 1ª Edição. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013. p. 195-219.

SOARES, D. S.; SOUTO, D. L. P. Tensões no processo de análise de modelos em um curso de cálculo diferencial e integral. Rematec, Natal, RN, ano 9, n.17, p. 44-74, set./dez. 2014.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. Bolema, Rio Claro, SP, v.13, n.14, p. 66-91, 2000.

Recebido em: 15/10/2016
Aprovado em: 19/02/2017