

## A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: COMPREENSÕES DA EXPERIÊNCIA VIVIDA COM ESTUDO DE AULA

Me. Carolina Cordeiro Batista ☎0000-0002-0923-647X  
Dra. Rosa Monteiro Paulo ☎0000-0001-9494-0359  
Universidade Estadual Paulista - UNESP

**RESUMO:** Neste texto discutimos uma experiência vivida com professores da Educação Básica que participaram de um curso de formação em que as atividades foram desenvolvidas seguindo o método do estudo de aula. Os dados apresentados são um recorte dos dados produzidos para uma pesquisa de mestrado. O curso foi possível graças a uma parceria entre a Universidade Estadual Paulista - UNESP e a Diretoria de Ensino do município de Guaratinguetá. O grupo destacado, constituído por três professores, elaborou coletivamente tarefas de exploração do conteúdo "Semelhanças: cordas, arcos e ângulos" para serem desenvolvidas por meio

do *software* GeoGebra. Um dos professores do grupo foi eleito para desenvolver as tarefas com seus alunos de 9º ano do Ensino Fundamental e teve sua aula filmada. Parte das gravações da aula foi assistida pelos professores que discutiram aspectos que consideraram relevantes na aula. Na análise compreendemos que o estudo de aula possibilitou aos professores perceber aspectos relativos ao interesse dos alunos, à aprendizagem dos conteúdos, às dificuldades expressas e à curiosidade que os levam a explorar as tarefas em uma postura na qual o erro ou a dúvida pode ser explícito ou compartilhado.

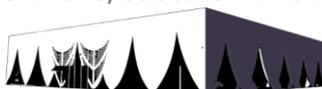
**PALAVRAS-CHAVE:** Investigação Matemática; Educação Matemática; Lesson Study.

## THE FORMATION OF MATHEMATICS TEACHERS: COMPREHENSIONS OF THE LIVED EXPERIENCE WITH LESSON STUDY

**ABSTRACT:** In this text we discuss a lived experience with teachers of Basic Education who participated in a formation course in which the activities were developed following the method of the lesson study. The data presented is a cropping of the data produced for a master's research. The course was made possible by a partnership between the São Paulo State University – UNESP and the Teaching Board of the municipality of Guaratinguetá. The outstanding group, made up of three teachers, collectively elaborated tasks of exploring the content "Similarities: strings, arcs and angles" to be developed

through GeoGebra software. One of the teachers of the group was elected to develop the tasks with their students of 9th grade of Elementary School and had their class filmed. Part of the class recordings were attended by teachers, who discussed aspects that they considered relevant in class. In the analysis we understand that the lesson study made it possible for the teachers to perceive aspects related to students' interests, the learning of the contents, the expressed difficulties and the curiosity of them that leads them to explore the tasks in a posture in which the error or the doubt may be explicit or shared.

**KEYWORDS:** Mathematical Investigation; Mathematical Education; Lesson Study.



## 1 INTRODUÇÃO

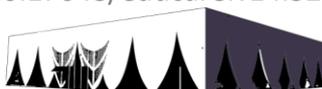
As discussões em Educação Matemática que focam a formação de professores trazem uma diversidade de concepções e práticas variadas (BAPTISTA *et al.*, 2014; SANTOS, 2017; OLIVEIRA, 2018). Nessa diversidade destacamos, para a discussão neste texto, o estudo de aula, também conhecido pelo termo inglês *lesson study*.

De modo geral, o estudo de aula é um modelo de formação de professores no qual são discutidas tarefas relacionadas aos conteúdos disciplinares do currículo, envolvendo quatro ações distintas (ou etapas): definição de uma questão orientadora, planejamento das ações, desenvolvimento da aula e análise da prática vivenciada em sala de aula por professores e alunos (BATISTA, 2017).

Essa prática de formação se mostrou, para nós, uma possibilidade de incentivar os professores a discutirem modos de ensinar matemática com tecnologias digitais, especificamente com o *software* GeoGebra. Propusemos, via um curso de extensão, a constituição de um grupo de professores da rede pública estadual paulista com os quais discutimos tarefas de investigação e de exploração, assumindo que "investigar constitui uma poderosa forma de construir conhecimento" (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016, p. 10). Essa formação de professores no grupo é o que trataremos com detalhes nas próximas seções deste texto, expondo o modo pelo qual compreendemos o estudo de aula como espaço formativo e explicitando ações vivenciadas com os professores.

## 2 ESTUDO DE AULA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA EXPLORAÇÃO E INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

O estudo de aula "consiste em um processo de desenvolvimento profissional de professores, organizados em grupos colaborativos, mediados por



pesquisadores, a partir da tematização da sala de aula” (CURI; NASCIMENTO; VECE, 2018, p. 18). Organizados em grupos, os professores, auxiliados pelos pesquisadores, planejam suas ações de ensino. Constitui-se uma parceria entre a Universidade e a Escola de Educação Básica abrindo um espaço em que os professores podem expor a dificuldade dos alunos e relatar aspectos da aula e da aprendizagem que considerarem relevantes à discussão em grupo. Os pesquisadores e professores, de forma colaborativa, tornam-se corresponsáveis pelo processo de formação.

Reunidos professores e pesquisadores, dá-se início às etapas do estudo de aula. A primeira etapa, na qual se iniciam as discussões, é o momento de organização do trabalho, definindo-se objetivos e estabelecendo-se os conteúdos a serem tratados nas discussões (LEWIS; PERRY, 2015; CURI; NASCIMENTO; VECE, 2018).

Com a organização do trabalho estabelecida segue-se para a etapa do planejamento de uma ou mais aulas. Nessa fase devem ser elaboradas tarefas que possam contribuir para amenizar “as dificuldades dos alunos, antecipando possíveis questões que podem surgir na aula, definição de estratégias de ensino e preparo dos instrumentos para a observação” (PONTE *et al.*, 2015, p. 117). Com tal definição, o grupo escolhe um dos professores para trabalhar na sala de aula, elege uma data e horário em que pelo menos alguns integrantes do grupo possam acompanhar as ações como observadores, e se dá início ao desenvolvimento da aula (BAPTISTA *et al.*, 2014).

Por último, o grupo se reúne para analisar a prática vivenciada em sala de aula. Essas são, portanto, as etapas do estudo de aula que levam “os professores a aprofundar o seu conhecimento sobre a aprendizagem dos alunos e o modo de promovê-la na sala de aula” (BAPTISTA *et al.*, 2014, p. 3).

Pode-se dizer que o estudo de aula é uma prática formativa que possibilita a produção de conhecimento de conteúdos mediante o envolvimento do professor



com a análise de materiais, com a elaboração de tarefas e com a consideração das estratégias de resolução dos alunos, sempre atentos às suas dúvidas e dificuldades, com o objetivo de auxiliá-los (LEWIS; PERRY, 2014). Além disso, é um espaço rico para que o professor possa elaborar tarefas de exploração e investigação, dando-lhe oportunidade de tornar-se mais críticos em relação às suas ações, passando a considerar as capacidades dos alunos e, à medida que percebem sua habilidade, avançarem na proposta de situações mais desafiadoras (BAPTISTA *et al.*, 2014; PONTE *et al.*, 2015) do que as tratadas cotidianamente, favorecendo, inclusive, a mudança das expectativas dos professores em relação ao desempenho de seus alunos (LEWIS *et al.*, 2012; LEWIS; PERRY, 2014).

Essas tarefas desafiadoras podem propiciar o desenvolvimento da autonomia e da comunicação entre os alunos dando abertura para explorar habilidades relevantes para a produção de conhecimento matemático, envolvendo a generalização e a justificação das hipóteses e dos argumentos construídos (PONTE *et al.*, 2015). A possibilidade de exploração e investigação nas aulas de matemática com tecnologias nos parece significativa no contexto do estudo de aula.

A exploração e investigação, conforme Ponte *et al* (2015), diz de uma concepção epistemológica e metodológica assumida no modo de conduzir ações de ensino e aprendizagem. Conforme esclarecem,

A abordagem exploratória valoriza o desenvolvimento do raciocínio através de tarefas com um caráter de algum modo aberto ou desafiante. Esta abordagem representa uma mudança significativa em relação ao ensino em que o professor começa por demonstrar previamente o método de resolução e depois apresenta exercícios para o aluno resolver (PONTE *et al.*, 2015, p. 114).

Na abordagem exploratória, o aluno possui um papel ativo. Ele não mais "espera" que o professor apresente uma forma de resolução, pelo contrário, ele busca, por meio do raciocínio e dos conhecimentos prévios, encontrar um caminho que o leve a solução que satisfaça o questionamento proposto na tarefa.



Se for aberta, a tarefa oportuniza soluções variadas, constituindo-se um desafio para o aluno.

Na investigação, embora também haja liberdade para a busca de soluções ou para formas de resolução variadas, há mais conceitos, procedimentos e representações matemáticas que, de modo articulado, favoreçam a formulação de hipóteses que devem ser testadas e validadas. É característica marcante da investigação esse caráter de conjectura-tese-demonstração, conforme salientam Ponte, Brocardo e Oliveira (2016).

Ponte *et al.* (2015, p. 112) consideram, tanto as tarefas de exploração quanto as de investigação, com potencialidade para ajudar "os alunos a desenvolver a capacidade de lidar com situações complexas, interpretando-as matematicamente". Para os autores, em termos de tarefas, o que diferencia as duas abordagens – exploração e investigação - é o grau de dificuldade, pois as tarefas de investigação possuem um grau mais elevado de dificuldade, além de serem compreendidas como mais sistematizadas do que as tarefas de exploração e mais próximas do "fazer matemática" dos matemáticos profissionais. Ponte, Brocardo, Oliveira (2016, p. 23), salientam que, "o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, construindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa".

Nossa compreensão da proposta de trabalho com as tarefas de exploração e de investigação na sala de aula nos permite dizer que as tecnologias digitais podem favorecer o seu desenvolvimento, desempenhando um papel importante para o raciocínio matemático do aluno (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016). Isso porque tecnologias, como um *software* de geometria dinâmica, por exemplo, possuem ferramentas que, com movimentos como o de "arrastar", permitem explorar características de um objeto matemático (uma figura geométrica ou uma função) que podem ou não se manter (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015),



o que abre possibilidades para o aluno analisar regularidades, testar e validar hipóteses levantadas na exploração visual ou na construção das figuras.

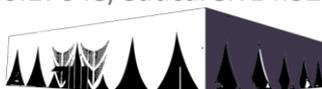
Essas possibilidades de produzir conhecimento com tecnologias, considerando as tarefas de exploração e investigação, foram discutidas em nossa vivência no curso de formação de professores, foco deste texto.

### 3 METODOLOGIA

A experiência vivida no grupo de formação de professores é um recorte dos dados produzidos para uma pesquisa de mestrado defendida em 2017, na qual se investigou “Como o professor percebe a produção do conhecimento matemático de seus alunos ao estar com tecnologia?”. O percebido pelo professor, participante do grupo de formação, foi expresso no diálogo com os outros – colegas e pesquisadores – tornando-se passível de interpretação. A análise dos dados da pesquisa considerou a experiência de o pesquisador estar junto com os professores, levando-o a assumir uma postura qualitativa de fazer pesquisa. Pesquisando qualitativamente, assumimos a postura fenomenológica, considerando que os dados não estão *a priori* em algum lugar, eles se constituem no movimento de estar junto, de dialogar, de falar sobre o feito (FINI, 1994, p. 28).

O grupo de professores que vieram a se tornar os sujeitos da pesquisa se formou a partir de um convite feito a professores de matemática da rede pública estadual para participar do curso de extensão: “Formação de Professores para ensinar Matemática com Tecnologias Digitais”. Com 21 inscritos o grupo iniciou seus encontros no 2º semestre de 2016<sup>i</sup>.

O objetivo do curso era a produção de material didático para o ensino de matemática com tecnologias, mais especificamente com o *software* GeoGebra. O enfoque das tarefas a serem elaboradas pelos professores deveria ser o investigativo, conforme acima destacado.



O grupo se reunia quinzenalmente ao longo de oito sábados, sempre no período da manhã – das 9 as 13 h. O local escolhido para os encontros foi o Núcleo Pedagógico da Diretoria de Ensino, pois tinha uma infraestrutura adequada e era de fácil acesso, especialmente para os professores que não residiam no município, pois o prédio era próximo à rodoviária.

Para que fosse possível nos aproximarmos de uma formação como recomenda o estudo de aula, os participantes foram divididos em 8 subgrupos de 2 ou 3 integrantes. Em cada um desses subgrupos foi desenvolvido um ciclo de estudo de aula. Todas as etapas do estudo de aula foram filmadas e transcritas e a transcrição da vivência nos encontros do grupo é o que subsidiou a análise na pesquisa de mestrado e a escrita de textos como este. Neste texto o recorte da pesquisa é feito com a intenção de relatar a experiência vivenciada por um dos grupos, constituído por três professores, para os quais adotamos os nomes fictícios Hélio, Liliane e Roseana.

## 4 A EXPERIÊNCIA VIVIDA COM O ESTUDO DE AULA

Para que os professores pudessem entender o trabalho proposto, os dois primeiros encontros do curso foram destinados à discussão da potencialidade do estudo de aula como espaço formativo e ao desenvolvimento de duas tarefas elaboradas pelos pesquisadores (BATISTA, 2017).

Nos subgrupos, os professores faziam as tarefas sugeridas, discutiam aspectos relevantes a elas, analisavam possibilidades de criação de tarefas exploratórias e investigativas com o *software* GeoGebra a partir da proposta do Caderno do Aluno do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2014)<sup>ii</sup>. O objetivo era, considerando o material fornecido pela Secretaria de Educação de São Paulo e usado pelos professores nas escolas, identificar possibilidades de ampliação do sugerido visando um trabalho investigativo com o GeoGebra. No terceiro encontro, os subgrupos iniciaram o planejamento de suas aulas.



## 4.1 O planejamento

O conteúdo escolhido pelo subgrupo dos professores Hélio, Liliane e Roseana, foi “Semelhanças: cordas, arcos e ângulos”, proposto no Caderno do Aluno do 9º ano do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 2014). O professor Hélio foi eleito pelo grupo para desenvolver a aula com seus alunos. A escolha deu-se em decorrência de ele ter uma turma de 9º ano com 18 alunos e já ter planejado trabalhar esse conteúdo no 2º semestre. Além disso, o professor Hélio considerava que essa turma tinha uma característica peculiar: a maioria dos alunos era repetente (cursava o 9º ano pela segunda vez) e apresentava muita dificuldade com os conteúdos de matemática. O grupo, então, ponderou que uma aula de matemática com tecnologias poderia motivá-los, tendo em vista que seria algo diferenciado do que eles estavam acostumados.

O grupo também decidiu planejar a aula e, quando ela ficasse pronta, definir a data para desenvolvê-la com os alunos. Discutiram quais tarefas seriam mais adequadas ao trabalho com o conteúdo, realizaram as construções com o *software*, analisaram possíveis dificuldades dos alunos e destacaram outros aspectos que consideraram relevantes, como o conhecimento prévio da turma sobre o tema para elaborar questões de encaminhamento da tarefa.

As discussões estenderam-se por dois encontros e, no 5º encontro, com as tarefas praticamente definidas, esses professores decidiram que fariam algumas aulas que chamaram de “aulas experimentais”, cujo objetivo era dar aos alunos a oportunidade de explorarem as ferramentas do GeoGebra. Para isso, optaram por deixá-los construir figuras geométricas livremente, auxiliando-os em sua escolha. Essas aulas foram desenvolvidas nas semanas seguintes ao 5º encontro.

## 4.2 A aula planejada pelo subgrupo

As “aulas experimentais” foram desenvolvidas pelo professor Hélio nos dias 13 e 20 de outubro de 2016, contando apenas com a presença da professora



Roseana, sua colega de grupo, na primeira aula e com a presença de um dos pesquisadores, na segunda aula. Na aula, os alunos exploraram a construção de figuras geométricas como quadrados e círculos, sem demonstrarem dificuldade com as ferramentas do *software*.

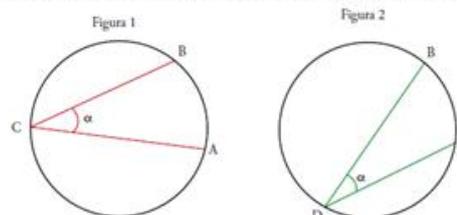
Após as “aulas experimentais”, no 6º encontro do curso, o professor Hélio comentou com os colegas a experiência vivida. Ficou decidido que, na semana seguinte, ele iria desenvolver com seus alunos as atividades elaboradas pelo grupo, juntamente com suas colegas Liliane e Roseana e a pesquisadora.

No dia marcado para a aula estavam presentes 15 alunos. Eles foram divididos em duplas ou trios. O professor Hélio iniciou a aula apresentando as professoras e a pesquisadora e pediu para que os alunos assistissem a um vídeo, elaborado por eles nos encontros do curso. Esse vídeo continha explicações para o trabalho que os alunos desenvolveriam no GeoGebra. Quando a exibição do vídeo foi concluída, o professor Hélio esclareceu aos alunos os conteúdos que seriam trabalhados: construção e exploração das relações métricas na circunferência. Em seguida, os alunos abriram o Caderno do Aluno do 9º ano (SÃO PAULO, 2014, p. 24), a pedido do professor, para, com o *software*, fazer a construção apresentada na Figura 1. A proposta era que os alunos analisassem a afirmação feita acerca da medida do ângulo inscrito na circunferência (ângulo  $\alpha$ ) quando o ponto C (vértice do ângulo) é movimentado, pois a tarefa afirma que é o mesmo.

Figura 1: Primeira parte da tarefa

9. Um arco AB de uma circunferência é “enxergado” sob um ângulo  $\alpha$  cujo vértice C pertence à circunferência (Figura 1).

Deslocando o vértice do ângulo até outro ponto da circunferência, D, o arco AB passa a ser “enxergado” sob um ângulo de medida igual ao anterior, isto é, de medida igual a  $\alpha$  (Figura 2).



Fonte: Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2014, p. 24).



Enquanto os alunos desenvolviam a tarefa, os professores e a pesquisadora andavam pela sala procurando auxiliar àqueles que solicitavam ajuda. Um dos alunos recorre à professora Liliane que o questiona:

Professora Liliane: Move o ponto C para ver o que acontece com o ângulo.  
Aluno A: Nossa! Não muda nada.

Surpreso com a não alteração da medida do ângulo, o aluno A resolveu movimentar os pontos A e B e, ao ver o que acontecia, questionou o professor:

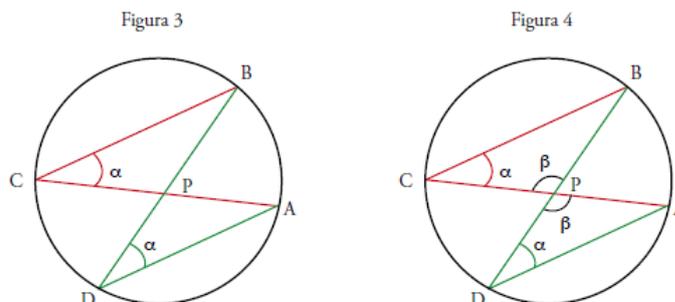
Aluno A: Ah! Mudou o ângulo! Professor, se mudar o A e o B, muda o ângulo, né? Por quê?  
Professor Hélio: Isso, então, se você mover o A ou o B eles são as extremidades, não o vértice. Então, a extremidade vai dar a abertura do ângulo, por isso o ângulo é alterado.

A partir dessa fala do aluno o professor aproveitou para nomear os elementos do ângulo: vértice, lados, abertura. A explicação do professor incentivou os demais alunos a moverem os pontos A e B para ver se ocorria o que o colega havia notado.

Dando continuidade às explorações, foi solicitado que os alunos fizessem a tarefa relativa à figura 2.

Figura 2: Segunda parte da tarefa

Sobrepondo as Figuras 1 e 2, obtemos uma situação em que dois triângulos semelhantes se destacam: PBC e PAD (Figuras 3 e 4).



Fonte: Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2014, p. 24).



Ao ver a construção de uma aluna a professora Liliane se aproximou:

Professora Liliane: Agora você tem que medir os ângulos OPV.

Aluna B: O que é OPV? São esses aqui? (apontando para os ângulos CPB e DPA).

Professora Liliane: Sim, esses são Opostos Pelo Vértice P, dizemos OPV.

Aluna B: (medindo os ângulos da construção, correspondentes ao ângulo  $\beta$  e movimentando os pontos A, B, C e D). Nossa! Que louco! Os ângulos OPV são sempre iguais.

Professora Liliane: Sim.

Aluna B: Ahh! Então aqui também dá a mesma coisa? (mede os ângulos APB e DPC e movimenta os pontos A, B, C e D). Dá sim! Porque é OPV.

Embora a aluna B indague o significado da sigla OPV, ela os identifica e a partir da orientação da professora Liliane mede os ângulos sugeridos. Ao movimentar os pontos, destaca que as medidas não se alteram.

O professor Hélio, que acompanhava a atividade de outra aluna, também a questiona.

Professor Hélio: Move os pontos e vê o que acontece.

Aluno C: (moveu os pontos A, B C e D sobre a circunferência) Mas tem um (triângulo) que é maior. Como é que os ângulos são iguais?

Professor Hélio: O que é maior?

Aluno C: Esse triângulo aqui. Olha! (apontou para o triângulo que, devido a movimentação que fez dos pontos, tinha lados maiores).

Professor Hélio: Ah! É porque os triângulos são semelhantes.

A partir da justificativa do professor, a aluna, usando as ferramentas do *software*, mediu os lados do triângulo e os ângulos com vértices em A e B e continuou a movimentar os pontos, como se a resposta do professor não tivesse esclarecido sua dúvida. Porém, o professor foi atender outro aluno, deixando-a sem auxílio para avançar em sua exploração.

O professor Hélio sugeriu que os alunos passassem para a terceira parte da tarefa, que solicitava: a) Identifique os ângulos correspondentes nos dois triângulos e escreva uma proporção entre as medidas de seus lados; b) Com base na proporção entre as medidas dos lados, verifique a validade da relação  $(PC).(PA)=(PB).(PD)$  (SÃO PAULO, 2014, p. 25).

Na última parte da tarefa, os alunos manipularam as construções, movendo os pontos sobre a circunferência e aumentando o tamanho de seu raio



para ver se os ângulos congruentes manteriam as características. Com auxílio dos professores e da pesquisadora os alunos identificaram os lados correspondentes para determinar a razão: CB/DA, CP/DP e BP/AP (questão a). O objetivo desta tarefa era que os alunos encontrassem a razão entre os lados para que o professor pudesse explicar as características de triângulos semelhantes. Entretanto, alguns alunos tiveram dúvidas sobre a razão, mas o professor não os ouviu.

Aluno D: Sor (professor)! Por que deu tudo igual, Sor?

Hélio: (não ouviu o questionamento do aluno).

Aluno D (repetindo): Sor! Por que deu tudo igual?

Por outro lado, o professor notou os alunos que não estavam conseguindo determinar a razão com o *software* e, a partir da pergunta de um aluno, expôs uma possibilidade de resolução para todos.

Aluno E: Sor (professor)! Como que faz?

Hélio: Vai direto no número aí (caixa de entrada do GeoGebra). Quem são os lados correspondentes?

Aluno E: Ah! 7,55 (lado CB).

Hélio: Vai lá (caixa de entrada do GeoGebra), digita lá 7.55 dividido /.../ é correspondente a qual?

Aluno E: A 5,48 (lado DA).

Hélio: Digita 5.48.

Aluno E: (fez o cálculo conforme orientação do professor).

Professor Hélio: Deu aqui (janela de álgebra do GeoGebra).

Aluno E: Deu 1,38.

Hélio: 1,38? Agora verifica se a divisão para os outros lados correspondentes também é 1,38. Se for, os triângulos são semelhantes.

Vê-se, na explicação, que o professor orienta os alunos a utilizarem medidas específicas. Ou seja, orienta a usar a medida dos lados de um triângulo (caso particular do aluno E): 7,55 e 5,48. No entanto, como os alunos estavam movimentando os pontos, os triângulos tinham medidas variadas. Logo, ele poderia ter potencializado o uso do *software* pedindo para que o aluno realizasse a divisão de CB por DA. Se tivesse feito dessa forma, os alunos poderiam ver que à medida que se movimenta os pontos da circunferência, se modificam as medidas dos lados e ângulos dos triângulos, mas a razão entre as medidas dos



lados correspondentes não se altera. O professor não percebeu essa possibilidade e conduziu a tarefa da mesma maneira que faria se estivesse desenvolvendo a aula sem o *software*, quando as medidas seriam as mesmas para todos.

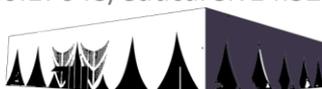
### 4.3 O que se mostrou na discussão pós-aula?

Conforme destacamos anteriormente, no 6º encontro os professores discutiram aspectos observados nas “aulas experimentais”, a partir de suas “lembranças” dos acontecimentos da aula. No 7º encontro, para discutir a aula “Semelhanças: cordas, arcos e ângulos”, além da memória da experiência vivida, levamos um vídeo com cerca de 10 minutos contendo recortes da filmagem da aula, sempre focando a atitude dos alunos. Na discussão, os professores destacaram aspectos como o interesse e a postura dos alunos diante dos erros, as dificuldades e a curiosidade que os faziam explorar as tarefas.

O professor Hélio observa um fato ocorrido na sua aula experimental que, segundo o que interpretou, mostra o modo pelo qual os alunos se envolvem com a exploração no *software*. Segundo afirma, embora já tivesse tratado em sala de aula a classificação de quadriláteros, havia alunos que não eram capazes de compreender as propriedades características de quadrados e retângulos. Enfatiza o episódio de uma aluna quando explorava com o GeoGebra.

A gente mandou fazer um quadrado e cada um fez uma figura. Uns fizeram quadrado outros fizeram um retângulo e uma menina olhou para a (construção) dela e olhou a do colega, apontou (a construção do colega) e falou: professor isso é um quadrado? Nossa! agora que eu entendi quando um retângulo é quadrado! Ela aprendeu naquele dia (risos) (Professor Hélio, sujeito da pesquisa, 2016).

O professor Hélio continuou seu relato destacando o interesse dos alunos em tentar construir e fazer associações com o que já havia desenvolvido em sala de aula, mesmo sendo dada a eles a opção de escolher livremente as construções que desejassem fazer. Isso, para o professor, foi bastante significativo, pois considera que o aluno é capaz de relacionar seus conhecimentos prévios.



Da aula sobre “Semelhanças: cordas, arcos e ângulos”, o professor Hélio enfatiza o modo pelo qual alguns alunos corrigiram ou complementaram sua fala enquanto explicava como fazer as construções no *software*. Ele destaca a facilidade dos alunos com o *software* o que, para ele, é relevante, pois os leva a ter interesse e os instiga a curiosidade na aula. Essa curiosidade permite que explorem situações que não estavam previstas, gerando questionamentos que o professor considera positivos.

O que eu achei interessante é que eles ficaram interessados no assunto /.../ [e] não querem aceitar os comandos que você dá. Eles querem fazer os comandos deles, entendeu? Tanto é que /.../ a gente estava lá: Mexa o ponto C! Aí o outro (aluno) ia lá e mexia o ponto B: “Mas professor, o meu (ângulo) aumenta!” Ou então, “o meu (ângulo) diminui!” /.../ o que é interessante é a curiosidade deles: “porque que aumenta então professor, se não é para aumentar?” (Professor Hélio, sujeito da pesquisa, 2016).

Os professores enfatizam, na discussão em grupo, como veem que a dinâmica da sala de aula é alterada. Isso os leva a destacar que os alunos não esperam os comandos, arriscando-se a investigar. A exposição do professor nos permite entender que, apesar de haver certo desconforto, pois ainda há uma transferência do modo de ser professor com lousa e giz para o laboratório de informática, há um reconhecimento de que o interesse pela tarefa instiga a curiosidade do aluno, o que, para nós, é o que os move em direção à produção de conhecimento.

De acordo com Freire (2018), a produção de conhecimento requer o exercício da curiosidade do aluno e de outras capacidades implícitas a esse exercício, como "tomar distância" de um objeto, observar, comparar e perguntar. Na experiência vivida com o grupo de professores vimos que eles percebem que a curiosidade faz com que os alunos observem e comparem aspectos da construção, identificando que, apesar do movimento, há características da construção que se mantém, enquanto outras se alteram. Isso os leva a buscar explicações para o que estão vendo e, portanto, os fazem tomar atitudes – explorar outras coisas que não lhe havia sido solicitado.



O professor Hélio, interrompe a reprodução do vídeo no trecho que mostra o aluno que, ao invés de movimentar o ponto C conforme sugerido, movimenta os pontos A e B e questiona a alteração da medida do ângulo. Segundo o professor, ter ouvido essa questão posta pelo aluno foi importante, pois lhe deu oportunidade para resgatar os elementos do ângulo, coisa que não havia sido prevista para a aula.

Em outro trecho do vídeo em que o aluno C questiona, "Mas tem um (triângulo) que é maior. Como é que os ângulos são iguais?", nós, pesquisadores, é que fizemos destaque, perguntando ao grupo como eles viam essa questão levantada pelo aluno. O professor Hélio, colocando-se na postura do professor que conduzia a aula, tomou a frente e respondeu:

Foi interessante, porque a ideia para eles de igualdade, de congruência, para ele identificar ele tem que ver. "Olha! Mas esse triângulo é maior e o outro é menor, então não tem como, não tem como os ângulos serem congruentes". Ele não tinha a ideia de proporcionalidade entre os lados; se os lados são proporcionais os ângulos vão permanecer a mesma coisa. Eu achei interessante a colocação dele nesse sentido, ele observa que para serem semelhantes depende do tamanho (Professor Hélio, sujeito da pesquisa, 2016).

O grupo discute a fala do professor e considera que a pergunta do aluno é relevante, pois além de oportunizar conhecer a sua dificuldade, que pode ser a de outros, mostra um equívoco ou incompreensão do conceito de semelhança de triângulos. O professor lembra que, nas aulas que discutiu semelhança com os alunos, enfatizou o fato de semelhante não significar ter igualdade, mas reconhece que isso pode não ter sido suficiente. Reconhece, também, que não aproveitou a questão do aluno para explorar mais detalhadamente o conceito de semelhança e proporcionalidade com o GeoGebra, o que poderia ter sido feito.

Chamamos a atenção do grupo para o modo pelo qual o GeoGebra possibilitaria explorar a razão de semelhança dos triângulos, não sendo necessário determinar a razão com casos particulares. Os professores consideraram que o GeoGebra potencializa a visualização da proporcionalidade,



concordando que é preciso explorar mais genericamente o conceito de semelhança de triângulos usando os recursos que o *software* disponibiliza, sem particularizar medidas.

A professora Roseana enfatizou que a exploração com o *software* é uma forma de os alunos identificarem que, em triângulos semelhantes, a razão entre lados proporcionais sempre será mantida, independente da medida de seus lados. O mesmo é possível para a medida dos ângulos. No entanto, é preciso que, além de levar os alunos a identificarem visualmente essas propriedades, através da manipulação, lhes seja dada a oportunidade de validar o que é visto, por meio de uma demonstração, por exemplo. Ou seja, para Roseana, embora a exploração visual seja relevante à compreensão do aluno é preciso um modo de ele validar matematicamente o que vê.

Finalizando a discussão, os professores destacaram a mudança de postura dos alunos diante dos erros que cometem ao realizarem as explorações no *software*. Interpretam que, diferentemente do que ocorre em sala de aula, o erro deixa de ser motivo de vergonha para os alunos e passam a ser expressos de forma espontânea. Eles discutem com o colega e pedem auxílio quando não são capazes de fazer determinada construção, dizem que é como se todos os alunos se sentissem no mesmo nível de aprendizagem com o *software* e, então, ninguém erra mais ou menos, todos erram igualmente.

Nas discussões pós-aula, a partir do relato dos professores envolvidos e do vídeo assistido, o professor se volta para o feito procurando identificar o que o aluno compreendeu e o que ele, professor, “deixou passar”. Eles percebem que, no decorrer da aula, há muitas situações que não identificam, em decorrência do número de alunos que têm. A possibilidade de gravar a aula e analisar posteriormente, segundo afirmam, lhes dá condições de identificar situações que não foram conduzidas de modo conveniente, discutindo possibilidades de retomadas, se for necessário. O estudo de aula, para esse grupo, mostrou-se como uma possibilidade de discutir modos de ensinar matemática, mas, também, de analisar sua postura frente aos alunos, avaliar sua atenção e o



encaminhamento dado às tarefas, bem como foi importante para considerar o que foi feito e planejar futuras ações.

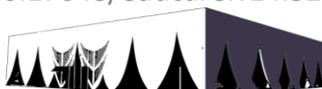
## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na vivência com o grupo de professores vimos que os aspectos percebidos por eles se voltam de modo mais enfático para o interesse dos alunos, para a aprendizagem dos conteúdos, para as dificuldades expressas e para a curiosidade que os leva a explorar as tarefas em uma postura na qual o erro ou a dúvida pode ser explícito ou compartilhado.

No desenvolvimento da aula vimos que os professores tentam manter o “controle” da atividade dos alunos, orientando-os a seguir os passos previstos, a manter-se nas explorações sugeridas. Porém, mostra-se um contexto diverso, um contexto de exploração com tecnologias, em que

pode sempre programar-se o modo de começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá acabar. A variedade e percursos que os alunos seguem, os seus avanços e recuos, as divergências que surgem entre eles, o modo como a turma reage às intervenções do professor são elementos largamente imprevisíveis numa aula de investigação (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016, p. 25).

Aspectos imprevisíveis estão presentes a todo o momento na aula de investigação com tecnologias. A curiosidade do aluno, destacada pelos professores como algo importante, faz com que eles explorem as construções que fizeram. Essa curiosidade aliada às potencialidades do GeoGebra para manipulação das construções (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015), favorece a criação de novas questões, solicita do professor novos olhares. No decorrer das aulas vimos que houve situações em que o professor não tinha a intenção de criar uma exploração, talvez por considerar as dificuldades da turma ou sua falta de conhecimento prévio, mas os alunos fizeram as explorações, estavam dispostos a



explorar conceitos que, se fossem considerados pelo professor, poderiam destacar propriedades matemáticas relevantes à sua aprendizagem.

A postura do aluno na exploração o fez querer mover pontos, medir ângulos e lados dos triângulos e questionar o professor sobre o que via na tela do computador. Abriam-se possibilidades para a aprendizagem matemática levando-os a criar situações de descobertas mais relevantes que a solução original ou planejada pelo professor (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016).

O exercício da curiosidade pode favorecer a produção de conhecimento, pois “ninguém pode conhecer por mim, assim como não posso conhecer pelo aluno” (FREIRE, 2018, p. 121). O aluno recorreu à potencialidade do *software* para explorar, visualizar, questionar e conhecer os objetos explorados, envolvendo-se ativamente, requerendo novo olhar do professor para o feito.

Os professores, embora timidamente, perceberam a potencialidade das tarefas exploratórias para a produção de conhecimento dos alunos. Vivenciaram momentos em que declararam ver seus alunos aprendendo. Porém, é uma aprendizagem focada na visualização, favorecida pelas construções no *software* uma vez que os professores ainda não perceberam possibilidades de desenvolvimento de outras habilidades ou não viram como ir além da exploração prevista. A investigação matemática, que requer a mediação do professor para a validação das hipóteses levantadas, é outro passo que pode ser dado na continuidade do grupo formativo, no diálogo com os professores.

Por outro lado, levando em consideração a potencialidade do estudo de aula para a análise e reflexão do professor acerca do seu modo de ser, da condução que dá para o que propõe a seus alunos, vê-se que é

essencial que o professor se guie pela capacidade de ouvir com atenção o que dizem os alunos quando lhe explicam as suas ideias, estratégias e soluções, ainda que imprecisas ou incorretas, e os encoraje a partilharem-nas com os outros na sala de aula (GUERREIRO, 2014, p. 238).



No grupo, os professores demonstraram uma abertura, voltando-se para os alunos, os colegas e os pesquisadores. Essa experiência vivida foi, segundo interpretamos, um ponto de partida para futuros trabalhos do grupo. É, como nos mostra a literatura sobre o estudo de aula, uma oportunidade para o desenvolvimento profissional do professor, pois dá-lhe a oportunidade de olhar para o feito e buscar alternativas para o trabalho de sala de aula tendo como objetivo a aprendizagem do aluno. Espera-se, na continuidade do trabalho com esse grupo, discutir com eles modos de avançar com a investigação, deixando que se guiem por seu maior incentivo: a percepção da curiosidade que viram em seus alunos.

Recebido em: 31/05/2019  
Aprovado em: 22/07/2019



## REFERÊNCIAS:

BATISTA, C. C. **O Estudo de Aula na Formação de Professores de Matemática para ensinar com tecnologia**: a percepção dos professores sobre a produção de conhecimento dos alunos. 2017. 109f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2017. Disponível em: [https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/152467/batista\\_cc\\_me\\_rc\\_la.pdf?sequence=3](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/152467/batista_cc_me_rc_la.pdf?sequence=3). Acesso em: 6 fev. 2019.

BAPTISTA *et al.* Aprendizagens profissionais de professores dos primeiros anos participantes num estudo de aula. **Educação em Revista**, v. 30, n.4, p. 61-79, 2014. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/edur/v30n4/04.pdf>. Acesso em: 9 fev. 2019.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. 149 p.

CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P.; VECE, J. P. **Grupos Colaborativos e Lesson Study: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores**. São Paulo: Alexa Cultural, 2018. 188 p.

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação que tem a Fenomenologia como suporte. *In*: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994, p. 23-33.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 57. ed. Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e Terra, 2018. 144 p.

GUERREIRO, A. Comunicação matemática na sala de aula: Conexões entre questionamento, padrões de interação, negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas. *In*: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação de Lisboa, 2014, p. 237-257. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/15310>. Acesso em: 11 fev. 2019.

LEWIS, C. *et al.* Improving Teaching Does Improve Teachers: Evidence from Lesson Study. **Journal of Teacher Education**. v. 63, n. 5, p. 368-375, 2012. Disponível em: <http://jte.sagepub.com/content/63/5/368.full>. Acesso em: 6 fev. 2019.



LEWIS, C., PERRY, R. R. Lesson Study with Mathematical Resources: A Sustainable Model for Locally-led Teacher Professional Learning. **Mathematics Teacher Education and Development**. v. 16, n. 1, p. 22-42, 2014. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1046670>. Acesso em: 2 fev. 2019.

LEWIS, C.; PERRY R. R. A Randomized trial of Lesson Study with Mathematical Resource Kits: Analysis of Impact on Teachers' Beliefs and Learning Community. **Research in Mathematics Education**. p. 133-158, 2015. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/283837322\\_A\\_Randomized\\_Trial\\_of\\_Lesson\\_Study\\_with\\_Mathematical\\_Resource\\_Kits\\_Analysis\\_of\\_Impact\\_on\\_Teachers'\\_Beliefs\\_and\\_Learning\\_Community](https://www.researchgate.net/publication/283837322_A_Randomized_Trial_of_Lesson_Study_with_Mathematical_Resource_Kits_Analysis_of_Impact_on_Teachers'_Beliefs_and_Learning_Community). Acesso em: 8 fev. 2019.

OLIVEIRA, M. A. O. **Potencialidades Didáticas e Pedagógicas do Facebook como uma Comunidade de Prática Virtual para a Formação Continuada de Professores de Matemática**. 2018. 380f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2018.

PONTE, J. P. *et al.* Exercícios, problemas e explorações: perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte%2c%20MQ%2c%20JMP%2c%20MB%20Quadrante%2024%282%29%202015.pdf>. Acesso em: 8 fev. 2019.

PONTE, J. P., BROCARD, J., OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016. 160 p.

SANTOS Marilene Xavier. **A formação em serviço no PNAIC de professores que ensinam Matemática e construções de práxis pedagógicas**. 2017. 135f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Brasília. Brasília, 2017.

SÃO PAULO (ESTADO). **Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo - Caderno do Aluno: Matemática, Ensino Fundamental, 8ª série/9º ano, vol. 2**. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014.

---

<sup>i</sup> Destaca-se que no primeiro semestre de 2016, como uma ação vinculada ao projeto OBEDUC, coordenado pela Profa. Dra. Sueli Liberati Javaroni, já havia sido explorada as potencialidades do *software* GeoGebra em um curso ministrado pelo Prof. Me. Tiago Giorgetti Chinelato, em que foram trabalhadas as situações do Caderno do Professor em uma perspectiva exploratória de modo que os professores se familiarizassem com o *software*. Nos anos de 2017 e 2018 deu-se a formação por meio do estudo de aula e iniciou-se a produção de material didático com os professores.

<sup>ii</sup> O Caderno do Aluno é um material do Programa São Paulo Faz Escola que segue as diretrizes do Currículo do Estado de São Paulo e visa auxiliar os professores no preparo de suas aulas e permitir ao aluno recurso para acompanhamento das aulas.

