

Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

MATEMÁTICA PARA O ENSINO FORJADA NA LESSON STUDY

Dra. Roberta D' Angela Menduni-Bortoloti o 0000-0002-2713-5699 Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB

RESUMO: Lesson Study e Matemática para o Ensino são temas que a Educação Matemática, no Brasil, tem pesquisado de forma tímida. Neste artigo, tenho por objetivo apresentar uma matemática para o ensino, forjada na metodologia Lesson Study (LS). O contexto da pesquisa é um grupo colaborativo, pautado no princípio de aproximar a Escola e a Universidade. A Lesson Study foi desenvolvida a partir do teorema de Tales. O método empregado foi qualitativo, com inspirações filosóficas no interpretativismo. instrumentos utilizados foram as notas analíticas da pesquisadora e os registros dos análise, identifiquei encontros. Na matemática para o ensino, forjada na LS, constituindo-se compreensões

compartilhadas coletivamente. À medida que foram compreensões aprofundadas, transcenderam o "como" ensinar o teorema de Tales, pois este foi estudado, debatido, ensinado aos alunos, observado e criticado pelos demais integrantes do grupo. desenvolvimento da LS legitima a matemática para o ensino, compreendendo os processos acontecem em sala de que descompactando o próprio conteúdo e a forma de ensiná-lo. Interpreto a LS como um modelo capaz de aperfeiçoar, seja na formação inicial, seja na continuada, práticas de professores porque essas dizem respeito ao fazer específico do professor, ou seja, forja a matemática para ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática para o ensino; Lesson Study; Formação de professores.

MATHEMATICS FOR TEACHING FORGED IN THE LESSON STUDY

ABSTRACT: In the last years the Brazilian Mathematics Education has dedicated some attention to develop research about Lesson Study and Mathematics for Teaching. In this paper, I aim to present a Mathematics for Teaching, that is modelled in the Lesson Study (LS) methodology. The research was developed in a collaborative group, with the principle of approximation between School and University. Using the Tales theorem developed the Lesson The method employed was qualitative, with philosophical inspirations in the interpretativism. The tools used were the analytical notes of the researcher and the meeting records. In the analysis, I identified a Mathematics for Teaching, modelled in LS,

consisting of collectively shared understandings. Comprehensions deepened, because they transcend the "how" to teach a certain subject, since it is studied, debated, taught to the students, observed and criticized by the other members of the group. development of LS legitimizes mathematics for teaching, understanding the processes that take place in the classroom, unpacking the content itself, and teaching it. I interpret LS as a model capable of perfecting, both in initial and continuing formation, teacher practices because these relate to the specific doing of the teacher, that is, they forges the mathematics for teaching.

KEYWORDS: Mathematics for teaching; Lesson Study; teacher training.





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

1 INTRODUÇÃO

Meu primeiro contato com a metodologia *Lesson Study* foi durante o curso de doutorado em Educação, cujo objeto de estudo foi a construção de um modelo teórico de matemática para o ensino (MENDUNI-BORTOLOTI, 2016). Ao ler o artigo de Takahashi e Yoshida (2004), que apresenta professores japoneses, precursores dessa metodologia, também conhecida como modelo de processo formativo, tive interesse em aprofundar-me nesse tipo de trabalho e também de pesquisar sobre ele.

Em 2017, convidei algumas ex-alunas do curso de licenciatura em Matemática para compor um grupo de estudo e pesquisa que trabalhasse com a metodologia *Lesson Study*. Expliquei, em linhas gerais, as etapas dessa metodologia (que apresentarei adiante) e perguntei se seria do interesse delas iniciar um grupo de estudo pautado nessa pesquisa. O grupo de ex-alunas aceitou e estamos juntas há 2 anos. Somos os pioneiros de nosso Estado.

Tendo o grupo se constituído a fim de "melhorar" práticas de ensino e também de aprendizagem em Matemática, a etapa seguinte era escolher um assunto ou conteúdo que tivéssemos interesse em investigar. Uma das professoras apresentou sua inquietação aos demais: como introduzir o teorema de Tales, sem enunciar o próprio teorema. Nenhuma das colaboradoras tinha uma resposta *a priori*. Esse questionamento, nascido *da* prática daquela professora passou a ser nossa problematização da prática de ensino e desencadeou todo o ciclo da *Lesson Study*.

Entendo problematizar a prática de ensino, conforme Fiorentini (2009, p. 234), como "questionar os sentidos, os conceitos e as finalidades subjacentes a alguma prática narrada pelo participante, a qual, [...] ao longo dos anos, pode ter-se tornado, aos olhos do professor e da cultura escolar, natural e válida por si mesma". A professora da escola básica foi quem trouxe para o grupo a problematização. Ensinar o teorema de Tales, começando pelo seu enunciado era

Revista Educere Et Educare, Vol. 14, N. 32, mai./ago. 2019. Ahead of Print. DOI: 10.17648/educare.v14i32.22537



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

"natural e válido por si mesmo" para as demais colaboradoras do grupo. Contudo, seu questionamento nos fez refletir sobre (para a) nossa prática. Por que ensinamos o teorema de Tales pelo seu enunciado? Haveria uma forma de problematizá-lo? Tendo como contexto a *Lesson Study*, o grupo estava comprometido em produzir respostas para esse questionamento inicial.

Para tanto, à medida que o grupo pesquisava, mais perguntas e algumas respostas iam sendo construídas colaborativamente. Tanto as perguntas quanto as respostas diziam respeito ao fazer do professor de matemática. Vários são os pesquisadores que vêm apontando um fazer específico do professor de matemática (BALL; BASS, 2002; ADLER 2005; BALL; THAMES; PHELPS, 2008; DAVIS; RENERT, 2009; RIBEIRO; OLIVEIRA, 2015). Tal especificidade pode ser reconhecida como *matemática para o ensino* (BEDNARZ; PROULX, 2009; DAVIS; RENERT, 2014; autor, 2016; GÓMEZ, 2017).

As perguntas e respostas, que o grupo ia construindo, indicavam uma especificidade do fazer do professor de matemática e, com isso, identificavam uma matemática *para* o ensino. Sendo assim, tenho por objetivo, neste artigo, apresentar uma matemática para o ensino, forjada na metodologia *Lesson Study*.

A palavra forjada significa, segundo Ferreira (2010, p. 969), "dando forma", ou seja, a metodologia *Lesson Study* dando forma a uma matemática para o ensino.

Na próxima seção apresentarei o que é a *Lesson Study* e o grupo, ao qual pertenço, que desenvolveu o trabalho utilizando-a, permitindo a mim, colocar lentes teóricas e, então, escrever, a partir dessas lentes, este artigo. Esclareço que, por isso, ao utilizar o pronome nós, estarei me referindo a posicionamentos do grupo e, quando utilizar o pronome na primeira pessoa do singular, estarei me referindo a mim como autora deste artigo.



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

2 GRUPO PRACOMAT-LS E A LESSON STUDY

O grupo, denominado Práticas Colaborativas em Matemática – *Lesson Study* – PRACOMAT-LS – é composto por dez colaboradores: duas professoras universitárias, sendo uma delas também professora da Educação Básica; um professor e quatro professoras da Educação Básica, sendo uma delas aluna do mestrado acadêmico em ensino (formada em Geografia) e três licenciandas em Matemática. O tempo médio de experiência dos professores com ensino dessa disciplina é de dez anos.

Nomes	Formação inicial	Tempo de atuação	Nível escolar de atuação
Daniela	Licenciada em Matemática	11 anos	Ensino Fund. e médio
Kamila	Licenciada em Matemática	10 anos	Ensino Fund. e médio
Neuraci	Licenciada em Matemática; mestre	10 anos	Educação Básica e
	em Educação		superior
Poliana	Licenciada em Matemática	06 anos	Ensino Fund. e médio
Renan	Licenciado em Matemática	18 anos	Ensino Fund. e médio
Alice	Licenciada em Geografia, mestranda em Ensino	20 anos	Educação Básica
Roberta	Licenciada em Matemática; mestre e doutora em Educação	25 anos	Educação Básica e superior
Jaysa	Licencianda em Matemática		
Denise	Licencianda em Matemática		
Deliane	Licencianda em Matemática		

Quadro 1 – Composição do Grupo Fonte: Elaborado pela autora

Nosso grupo constituiu-se, colaborativamente, entre professores universitários, professores escolares e licenciandas. Apresento o grupo como colaborativo, conforme descrição de Fiorentini (2006), que resumo em três características: voluntariedade, liderança compartilhada e apoio mútuo. A primeira característica pode ser observada na formalização do aceite ao convite feito a cada um deles; a segunda se dá porque nossas ações são todas discutidas e decididas no e em grupo e a terceira característica explica-se com uma amizade que antecedia a formação do grupo, o que contribuiu para que se expusessem e compartilhassem suas angústias, dúvidas e questionamentos, sem a preocupação de receber criticas Além disso, a permanência no grupo, que se deu e se dá por

Revista Educere Et Educare, Vol. 14, N. 32, mai./ago. 2019. Ahead of Print.



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

um vínculo afetivo anteriormente estabelecido, manteve-se com quem já ali estava e abraçou quem chegou depois.

Lesson Study (LS) tem sua origem no Japão e vem conquistando diversos países, cada um se apropriando dele conforme seus valores e culturas (BEZERRA; MORELATTI, 2016). Na língua japonesa, escreve-se JugyoKenkyu (TAKAHASHI; YOSHIDA, 2004). Na língua inglesa, traduziu-se para Lesson Study, expressão mais recorrente na literatura internacional. Utilizarei o termo na língua inglesa, pois a literatura que estudamos, em sua maioria, está nessa língua e a tradução, em minha visão, não expressa em sua totalidade o que representa.

Pesquisadores compreendem LS como um processo formativo (BAPTISTA, *et al.*, 2014) ou como um processo de estudo da aula (ARAUJO; RIBEIRO; FIORENTINI, 2017) ou como uma metodologia (BEZERRA; MORELATTI, 2016; CURI, 2018). Estou considerando como uma metodologia que pode ser descrita, baseada em Takahashi e Yoshida (2004), conforme o Quadro 2:

Quadro 2 - Etapas da Lesson Study

Quadro 2 – Etapas da <i>Lesson Study</i>		
Etapas	Descrição	
Planejamento	Um grupo de professores, cujo foco comum é o ensino e a aprendizagem matemática, escolhe um tema ou um assunto que, de alguma forma, os inquieta para ser investigado. Escolhido o tema ou conteúdo, o grupo começa estudando diversos materiais (orientações publicadas, artigos, livros didáticos, etc.), a fim de verificar como o assunto ou esse conteúdo se relaciona a outros tópicos nos diferentes anos escolares; que conhecimentos são necessários <i>a priori</i> , o que as pesquisas sugerem sobre como ensinar o assunto, quais os erros e as dificuldades os estudantes geralmente apresentam sobre ele. Planejamento de uma sequência de aulas, ou seja, a escrita do plano para desenvolver o ensino do tópico ou do conteúdo escolhido.	
Implementaçã 0	Um professor do grupo se dispõe a implementar o plano, os demais vão para a sala de aula acompanhar e registrar todo o processo de implementação desenvolvido pelo professor. Há interesse em observar e entender o que os estudantes estão compreendendo e aprendendo sobre o conteúdo. Há coleta de dados por parte da equipe que assiste às aulas, para, posteriormente, analisarem e refletirem sobre o processo.	



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Reflexão	Reflexão do plano implementado. Nesta etapa o primeiro a falar é o professor que implementou o plano. Depois, o espaço é aberto para os demais apresentarem suas observações e comentários. Há um relator responsável por anotar os pontos relevantes da discussão. Nessa fase é também discutida a compreensão dos alunos sobre o assunto em discussão, dificuldades que porventura tiveram, dúvidas ou erros que surgiram. Reescrita do plano, se houver necessidade. Nessa etapa, há inserções de reflexões escritas dos professores sobre o trabalho dos estudantes e deles próprios.
Reimple mentação	Nessa etapa, ocorre a reimplementação desse "novo" plano por outro integrante do grupo. Há uma "nova" reflexão podendo ou não haver mudanças nesse "outro" plano. Esse ciclo finaliza e outro começa, com novo assunto ou conteúdo escolhido para ser investigado pelo grupo.

Fonte: adaptado de TAKAHASHI & YOSHIDA (2004)

Essa é a estrutura que o grupo de que participo tem assumido. Contudo, entre pesquisadores não há consenso de que o ciclo se deva fechar com a reimplementação do "novo plano". Alguns consideram como essencial até a reflexão, não sendo obrigatória a reimplementação (UTIMURA, 2018).

Em nosso grupo, alguns dos encontros foram destinados à elaboração de textos para publicação sobre nossas experiências enquanto grupo que estuda e investiga a LS no Estado. Como a escrita não é uma habilidade nata, dedicamos alguns encontros para a construção dos objetivos dos textos, socialização refinamento, submissão a eventos, apresentação de relatos e comunicações e reflexão sobre essa "nova" experiência. Embora no Japão haja a publicação das experiências realizadas com o programa LS, a literatura internacional, de forma geral, não inclui essa como uma etapa do ciclo da LS.

Contudo, nosso grupo vivencia, enquanto LS, as etapas apresentadas no Quadro 2, acrescidas das etapas referentes às publicações e estudo da LS. Essa última não é precisa no Japão, uma vez que a LS é experienciada por todas as disciplinas em todas as escolas japonesas. Contudo, em nosso grupo, além de estudar sobre a LS, estudamos também sobre grupos colaborativos e sobre a aproximação que estamos mantendo entre Universidade e Escola. Como exemplo, cito o texto de Fiorentini (2004).





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

No Brasil, por meio da literatura, foi possível identificar quatro grupos pesquisando a LS em diferentes contextos. Em São Paulo, o grupo coordenado pela professora Curi que pesquisa a LS no ensino de Matemática das séries iniciais; o "Grupo de sábado", coordenado pelo professor Fiorentini, que vê na LS uma possibilidade para o desenvolvimento profissional do professor da Educação Básica e uma forma de pesquisar a prática do professor (UTIMURA, 2018). Esse grupo vem pesquisando o desenvolvimento de tarefas com as etapas de LS Híbrido (ARAÚJO; RIBEIRO; FIORENTINI, 2017). Em Marília, campus da Universidade Estadual Paulista, uma pesquisadora tem desenvolvido a LS tendo como contexto para a Educação Especial (RICHIT; PONTE; TOMKELSKY, 2019). Ainda na região sudeste, no Espírito Santo, há um grupo coordenado pelas Professoras Veiga, do Instituto Federal do Espírito Santo e Wrobel, da Universidade Federal do Espírito Santo, que desenvolvem um trabalho com professores de matemática de escolas do município da Serra e alunos de mestrado.

Acrescento o grupo PRACOMAT, na região nordeste, coordenado pela autora deste artigo, que vem desenvolvendo um trabalho de pesquisa na formação inicial e continuada de professores de Matemática, aproximando Universidade e Escola. Também estamos desenvolvendo uma pesquisa em nível de mestrado, que pretende investigar o desenvolvimento da LS com a aprendizagem criativa.

Assim como a LS pode ser entrelaçada com algumas perspectivas de estudos, a Matemática para o ensino, que apresento a seguir, também pode ser construída com diferentes interpretações para o termo, a partir de bases teóricas.



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

3 MATEMÁTICA PARA O ENSINO E SUAS DIFERENTES INTERPRETAÇÕES

É possível encontrar na literatura algumas interpretações para os termos Conhecimento matemático para o ensino e Matemática para o ensino. Isso pode ser explicado por diferentes lentes teóricas, com as quais se fazem as interpretações. Numa perspectiva cognitiva, encontramos o termo conhecimento matemático para o ensino – expressão que ganhou visibilidade com o trabalho de Ball, Thames e Phelps (2008) ao tipificarem, para a Matemática, os conhecimentos levantados por Shulman (1986).

Já em uma perspectiva participativa, surge a Matemática para o ensino, alicerçada no trabalho compartilhado (TOWERS; MARTINS, 2009), à medida que é distribuído entre professores e pesquisadores (DAVIS; RENERT; 2009). No trabalho compartilhado, segundo Towers e Martins (2009), o grupo dá forma e substancia, não só a matemática formal, mas também as práticas do saber ensinar.

A Matemática para o ensino pode ser compreendida como aquela usada na prática (BALL; BASS, 2002) específica da ação de quem ensina a matéria, ou seja, aquela que é mobilizada na tarefa de e como ensinar (DAVIS; SIMMT; 2006; DAVIS; RENERT, 2014). A matemática para o ensino também pode ser interpretada como aquela capaz de descompactar ou descomprimir um conceito (ADLER; DAVIS, 2006). Para Davis e Renert (2009, p. 37) a matemática para o ensino é "uma disposição aberta frente à matemática, que implica uma vontade em harmonizar a tensão evolutiva da matemática e o ensino e como estes surgem em contextos pedagógicos".

No Brasil, o termo "matemática para o ensino" é encontrado em resultados de doutoramento de Santos (2017); Gómez (2017) e Menduni-Bortoloti (2016) e pode ser compreendido como um modelo que capta a variabilidade e as diferentes formas de comunicar um conceito para, então, constituir-se como uma matemática para o ensino de um determinado conceito.





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Por meio da metodologia LS, produzimos dados com os quais um grupo alcançou sofisticadas formas de interação para uma crescente compreensão da matemática para o ensino. A seguir, explico como esse processo se desenvolveu.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Para o desenvolvimento da pesquisa empírica, empreguei o método qualitativo (JONHSSON; CHRISTENSEN, 2012), cujo processo analítico se deu com inspirações filosóficas no interpretativismo (SCHWANDT, 2006). Segundo esse autor (2006), um dos requisitos metodológicos do investigador interpretativista é a sua participação no processo. Minha forma de participação se deu como colaboradora da pesquisa e do grupo e à medida que interpretei determinadas situações como sendo parte de uma matemática para o ensino, forjada na LS.

O período analisado para a produção dos dados neste artigo compreendeu o período de agosto de 2017 a dezembro de 2018. As ações que realizamos, de forma resumida, estão descritas no Quadro 3, conforme os encontros ocorridos. Destaco que as duas últimas etapas foram acrescidas como etapas da LS no grupo de que faço parte e que elas não ocorreram por último, mas entrelaçadas às outras. Apresento-as por último somente por uma questão de estética, visando separar o que a literatura considera como etapas da LS e as que eu acrescentei.

Quadro 3 - Etapas da Lesson Study desenvolvidas no grupo PRACOMAT - LS

O conteúdo escolhido para estudo e investigação foi o teorema de Tales. Estudamos livros didáticos; livros usados na graduação que consubstanciassem a compreensão do teorema; dissertações; artigos; vídeos educacionais; os parâmetros curriculares nacionais; revistas científicas da área de Matemática e de Educação Matemática, a fim de entender quando e como o teorema é inserido no currículo escolar; como se relaciona a outros tópicos nos diferentes anos escolares; que conhecimentos são necessários <i>a priori</i> ; o que as pesquisas sugerem sobre como ensinar o assunto, quais erros e	Etapas	Descrição	Encontros
o teorema.	Planejamento	de Tales. Estudamos livros didáticos; livros usados na graduação que consubstanciassem a compreensão do teorema; dissertações; artigos; vídeos educacionais; os parâmetros curriculares nacionais; revistas científicas da área de Matemática e de Educação Matemática, a fim de entender quando e como o teorema é inserido no currículo escolar; como se relaciona a outros tópicos nos diferentes anos escolares; que conhecimentos são necessários <i>a priori</i> ; o que as pesquisas sugerem sobre como ensinar o assunto, quais erros e dificuldades os estudantes geralmente têm; demonstrar ou não	

Revista Educere Et Educare, Vol. 14, N. 32, mai./ago. 2019. Ahead of Print.





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Î		i
	Planejamento da escrita do plano para desenvolver o ensino do teorema de Tales. Construção das problematizações e escolha de exercícios e problemas para serem desenvolvidos pelos alunos. Esclarecimento do papel de cada um (facilitador, relator, comentador) ao observarem as aulas da Colega (TAKAHASHI; YOSHIDA, 2004).	06
Implementação	A colega Neuraci implementou o plano em seis aulas (de 50 minutos) durante dois dias consecutivos. A escola estava realizando uma olimpíada esportiva e, por isso, a professora conseguiu ficar com sua turma três aulas em cada dia. Os demais componentes do grupo acompanharam e registraram todo o processo de implementação desenvolvido. Também auxiliamos os alunos na resolução dos exercícios e problemas, pois há interesse em observar e entender o que os estudantes estão compreendendo e aprendendo sobre o conteúdo.	02
Reflexão	A reflexão do plano implementado deu-se em três momentos. No primeiro e segundo dias, logo após o término das aulas de Neuraci, e ainda na própria sala de aula, fizemos uma análise de como foi a implementação com o que tínhamos planejado. Refletimos sobre erros que ocorreram, dificuldades que os alunos manifestaram e que não tínhamos levantado como possibilidade. A primeira a falar foi a professora que implementou o plano. Depois, foi aberto para os demais apresentarem suas observações e comentários. Eu fui a facilitadora (mais experiente nas leituras sobre LS), cujo papel foi manter o foco da discussão; o relator ficou responsável pela escrita dos pontos mais importantes da discussão e os demais tiveram o papel de comentadores, destacando o que foi positivo e o que precisaríamos modificar para a próxima sequência.	Mesmos dias da Implementa ção
	Reescrita do plano. Análise das resoluções dos alunos. Além disso, percebemos a necessidade de estudar mais sobre o teorema a fim de compreendê-lo melhor.	09
Reimple mentaçã o	A professora Kamila aplicou o "novo" plano. Nossa reflexão sobre a reimplementação desse "novo" plano ocorreu em seguida a um dos dias da implementação e em outro dia pós implementação. Fechamos o ciclo.	02 02
Estudos	Sobre a própria metodologia LS, tomando como base o Japão e o que no Brasil vem sendo desenvolvido. Sobre grupos colaborativos e sua constituição. Escola e Universidade aprimorando a prática colaborativa.	14 (2017 – 2018)



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

	- Artigo e relato apresentados no IV Simpósio Nacional de	10
	Grupos Colaborativos e de aprendizagem do Professor que	(2019)
ão	ensina Matemática;	
Produção	- Relato apresentado no XIII Encontro Baiano de Educação	
þo	Matemática	
Ä	- Resumo expandido apresentado no VIII Colóquio Nacional e	
	VI Colóquio Internacional do Museu Pedagógico da UESB e	
	- Livro (em construção).	

Fonte: Elaborado pela autora

A cada encontro encerrado, um integrante era escolhido para postar no grupo do *WhatsApp* um resumo comentado. Esse registro foi um dos instrumentos que utilizei para a produção dos dados. Além dele, recorri ao registro feito em um caderno, onde fiz minhas notas analíticas, e onde anotei o desenvolvimento de cada encontro, as dúvidas, perguntas, propostas que cada colaborador trazia. Macedo (2010) esclarece que as notas analíticas são anotações para uso próprio do pesquisador, utilizadas, no meu caso, para interpretar, ora o conteúdo matemático que o grupo estudava, ora o percurso profissional que o grupo fazia a cada encontro.

Após análise interpretativa das notas analíticas e dos resumos de cada encontro, quatro categorias de análise foram geradas: - Lugar que o Teorema de Tales ocupa no currículo - Dificuldades dos alunos - Construção dos planos implementado e reimplementado - Dificuldades do grupo.

Pela limitação de páginas apresentarei três delas.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Antes de trazer os resultados, apresento o teorema de Tales como descrito em um dos livros didáticos que usamos: "Um feixe de paralelas determina em duas transversais segmentos proporcionais" (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 206).

5.1 Lugar que o teorema de Tales ocupa no currículo





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Conforme alguns pesquisadores (RICHIT; PONTE; TOMKELSKY, 2019; SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018) a LS oportuniza uma discussão e reflexão sobre o lugar que ocupa, no currículo escolar, o conteúdo ou tema que está sendo investigado. Neste caso, o grupo dialogou sobre o lugar encontrado para o teorema de Tales e o porquê disso.

Essa discussão pertenceu à etapa do planejamento, pois nela precisávamos conhecer os documentos legais e os livros didáticos usados pelo professor, sendo muitas vezes seu próprio plano de curso. Saliento que os livros didáticos que mencionarei foram os citados na pesquisa de Almeida (2013). O relatório da pesquisa realizada por Almeida (2013) foi trazido pela colaboradora Daniela, como um dos textos de estudos sobre o teorema. Algumas perguntas foram levantadas, dentre as quais destaco:

O que os autores de livro didático usam para chegar ao teorema de Tales? (notas analíticas, 10/17);

Quais conteúdos antecedem a inserção do teorema? (notas analíticas, 08/17);

Qual a relação do teorema de Tales com os conteúdos da unidade? (notas analíticas, 08/17);

É preciso ensinar semelhança antes de ensinar o teorema? (resumo, 09/17)

No livro de Andrini e Vasconcelos (2002) o teorema é introduzido por uma situação-problema, cuja resolução consiste em calcular a distância de um ponto a outro. Antes de resolvê-la são apresentadas as retas paralelas cortando as transversais e pelo caso de ângulos correspondentes congruentes, os triângulos serão semelhantes e, consequentemente, as medidas dos lados correspondentes proporcionais. Dessa forma, volta-se ao problema inicial e, então, ele é solucionado.

Contudo, no livro de Dante (2011), o teorema "é introduzido de forma direta, sem motivação" (ALMEIDA, 2013, p. 32), assim como no de Giovanni Jr. e Castrucci (2009). Dante (2011) demostra o teorema a partir de dois casos: 1) os segmentos determinados em uma transversal, congruentes; 2) os segmentos

Revista Educere Et Educare, Vol. 14, N. 32, mai./ago. 2019. Ahead of Print.



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

determinados em uma transversal não congruentes, mas tendo como medidas números racionais.

Em Giovanni Jr. e Castrucci (2009) o teorema é introduzido pedindo aos alunos que observem o que acontece quando segmentos determinados por um feixe de paralelas sobre duas transversais não são congruentes entre si (2º caso usado por Dante). Depois de provar que os segmentos são proporcionais, os autores chamam essa relação de Teorema de Tales e assim o enunciam.

Sem fazer análise de livro didático, pois não é esse o objetivo, identifiquei que nos três livros, antes de mencionar o teorema ou um problema que se resolva aplicando-o, os autores, em unanimidade, iniciam com razão, proporção e segmentos proporcionais. Conforme Almeida (2013), o único livro dos três que usa semelhança de triângulos para provar o teorema é Andrini e Vasconcelos (2002), os outros usam a congruência de triângulos e depois inserem o tema semelhança.

Ao ler a segunda linha do Quadro 4 saliento que no livro didático de Andrini e Vasconcelos (2002) o teorema está relacionado diretamente com semelhança, enquanto nos outros dois com proporcionalidade, o que não deixou de ocorrer em Andrini e Vasconcelos (2002).

Quadro 4 - Inserção do teorema de Tales a outros conteúdos

Quadro 4 – Inserção do teorema de Tales a outros conteudos		
Andrini e Vasconcelos	Dante (2011)	Giovanni Jr. e Castrucci
(2002)		(2009)
Teorema de Tales e	Proporcionalidade em	Segmentos Proporcionais
Semelhança de Triângulos	Geometria	_
Razão, proporções e	Razão e proporção	Razão e proporção
segmentos proporcionais	Razão entre segmentos de	Segmentos proporcionais
	retas	
Teorema de Tales	Proporcionalidade entre	Propriedade de um feixe de
	triângulos retângulos	retas paralelas
Teorema de Tales nos	Propriedade de um feixe de	Teorema de Tales
triângulos	retas paralelas	
Semelhança	Teorema de Tales	Teorema de Tales nos
		triângulos
Semelhança de Triângulos	Semelhança	Semelhança

Fonte: elaborado pela autora





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Em nosso grupo, desenvolvendo a LS, na elaboração do plano, ficou definido que o assunto semelhança e, consequentemente, semelhança de triângulos, deveria ser dado antes de introduzir o teorema. No plano reimplementado isso ocorreu em um espaço de tempo curto, diferente do plano implementado, que teve o tópico semelhança apresentado no início do ano letivo e o plano elaborado pelo grupo implementado no final do ano. Aprendemos que trabalhar semelhança até chegar no teorema, de forma consecutiva, contribuiu para que os alunos relacionassem esses assuntos, pois as figuras dos triângulos que foram mostradas em semelhança de figuras, as retas transversais e paralelas "fizeram sentido para eles quando explicado o teorema de Tales" (notas analíticas, 20/12/18). Em relação ao triângulo retângulo, o aluno pôde visualizar o que representava o poste e a sombra (depoimento de Poliana, notas analíticas, 17/12/18):

As respostas que encontramos para as perguntas apresentadas no início desta seção, associadas a resultados de pesquisas como a de Almeida (2013), são provenientes de um movimento feito pelo e em grupo, cuja matemática discutida permeava o que, como e quando ensinar o teorema de Tales, ou seja, indica uma matemática específica do fazer do professor da matéria. Esse movimento pode ser interpretado como uma "matemática para o ensino que é melhor construída como uma disposição aberta frente à matemática em contextos educacionais do que como uma coleção específica de habilidades ou competências" (DAVIS; RENERT, 2014, p. 35).

Dito em outras palavras, a matemática para o ensino forjada na LS para ensinar o teorema de Tales, sinaliza que, no 9º ano do ensino fundamental, depois de trabalhar semelhança de figuras e/ou de triângulos, a turma poderá ser desafiada a encontrar a altura de um poste, por exemplo, sem medi-lo. O





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

teorema de Tales dará a sustentação matemática para a resolução, enquanto a demonstração do teorema poderá ser feita, usando-se semelhança de triângulos.

5.2 Dificuldades dos alunos

A aprendizagem dos alunos é um dos focos da LS, para alguns autores é a essência dela (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018). Investigar para ensinar perpassa levantar possíveis dificuldades que os alunos possam ter. As dificuldades relatadas a seguir dizem respeito às que o grupo previu e também às que o grupo identificou *in situ*.

Durante o processo de planejamento para ensinar o teorema de Tales, sem iniciar pelo próprio teorema, previmos incluir no plano os conceitos de razão, segmentos proporcionais e retas paralelas, por serem termos presentes no enunciado do teorema (notas analíticas, 16/08/17). Outra questão que o grupo levantou foi trazer situações em que segmentos não fossem proporcionais, para evitar que os alunos utilizassem o teorema, sem avaliar as condições para sua aplicação. A pesquisa de Costa e Allevato (2012) constatou que futuros professores, ao resolverem um problema sobre medidas de uma planta baixa, não justificaram a resolução pelo teorema de Tales. A resolução apresentou resposta correta, porque os segmentos eram proporcionais, mas se não o fossem, os alunos teriam errado e nem saberiam o porquê de seu erro.

Ao realizar a implementação das aulas e no momento de reflexão pós implementação, identificamos dificuldades sobre as quais nem cogitáramos. Identificamos a dificuldade em manusear instrumentos de medição como a fita métrica, pois uma das alunas comentou que não poderia medir a altura do colega porque a fita métrica era menor (notas analíticas, 06/12/17). Diante desse fato, reimplementamos no plano algumas atividades de medição e escolha adequada do instrumento: régua e trena. Entretanto, um aluno nos disse que preferia régua à trena porque não sabia que a trena era dividida em cm (notas analíticas,



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

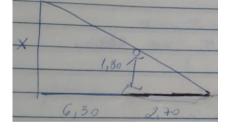
17/12/18). Isso mostra que os alunos não estão familiarizados com instrumentos de medida. Até com a régua, presenciamos dificuldade para usá-la, alguns posicionaram o objeto no zero, mas contaram a partir do 1.

Ainda sobre calcular a medida corretamente, o grupo identificou que alguns alunos não sabiam medir a altura deles mesmos. Na implementação, utilizaram a trena e mediram o contorno da pessoa; na reimplementação, mediram da ponta do pé até a cabeça. Esses fatos nos mostraram que eles não sabiam que consideramos a altura como a menor distância entre dois pontos o que, no caso, seria um segmento de reta.

Outra dificuldade identificada, e mais recorrente nos anos escolares, foi a divisão com decimais. Trago como amostra um exemplo, aplicando o teorema de Tales, mas desconsiderando a situação que o envolvia: dividir 13144,5 por 96, o aluno não considerou a parte decimal do número, efetuou a divisão como se a vírgula não existisse (notas analíticas, 17/12/18).

Por último, a dificuldade com o teorema de Tales, de não utilizar um triângulo para considerar as medidas proporcionais.

Figura 1 – esboço de um exercício



Fonte: notas analíticas, 07/12/17.

Os alunos estavam escrevendo $\frac{x}{6,30} = \frac{1,80}{2,70}$, mas para considerar os segmentos proporcionais (no triângulo retângulo) a razão precisaria ser $\frac{x}{6.30+2.70}$

Como saber quais segmentos considerar para montar as razões? (notas analíticas, 18/12/18). Essa dúvida surgiu no plano reimplementado. Como a professora Kamila explicou semelhança de figuras e de triângulos, alguns alunos identificavam os triângulos, mas quais segmentos escolher para resolver a questão? Por essa dúvida não esperávamos.



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

O que apresentamos como dificuldades para alunos de uma escola de rede pública na Bahia pode ser caracterizado como parte de uma matemática para o ensino forjada na LS, pois a "matemática para o ensino também inclui uma compreensão dos processos de sala de aula" (TOWERS; MARTINS, 2009, p. 47). Identificar dificuldades dos alunos contribui, também, para que estruturemos experiências similares e ajudemos futuros alunos.

A identificação de algumas dessas dificuldades, por parte do professor, até poderia acontecer ao implementar as aulas, mas a profundidade da discussão sobre o porquê dessas dificuldades, o que fazer para evitá-las ou amenizá-las, repensar o lugar do conteúdo sobre medidas no currículo, a atenção que precisamos dar a esse assunto e aprender com o que o outro compartilhou, só foi possível porque uma compreensão compartilhada para e por meio do grupo foi se constituindo (TOWERS; MARTINS, 2009; DAVIS; RENERT, 2014). A LS potencializou esse aprendizado, sofisticou a compreensão, constituindo parte do que vem a ser "matemática para o ensino".

5.3 Dificuldades do grupo

Quando começamos a estudar sobre o teorema e a investigar como o introduziríamos nas aulas, nos deparamos com alguns experimentos, como um dos vídeos que utilizamos (https://youtu.be/kmemd29j7hA). Esse vídeo foi interpretado pelo grupo "Como fácil de fazer e interessante para demonstrar o que Tales fez há muitas décadas".

Contudo, percebemos que fomos formados quando alunos do Ensino Fundamental II e também na formação inicial (licenciatura em Matemática) sem preparação para aprofundar os conteúdos, sem fazer relações entre os próprios conteúdos da matemática, sem ampliar o olhar sobre o currículo escolar. Em outras palavras, o professor ainda não está sendo formado para, conforme Adler e Davis (2006), "descompactar" a matemática, abrir a "caixa preta". Diferente do



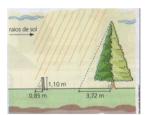
Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

trabalho do matemático, que compacta, generaliza a matemática, o professor de matemática precisa descompactar, por exemplo, a relação entre um resultado e o processo de sua produção. Como os próprios autores argumentam, esse é um trabalho dificil de fazer, mas no desenvolvimento da LS compartilhamos esse fazer.

Ao nos deparar com a vivência de experiências que, até então, eram apenas lidas em livros, como fatos históricos, ou vistas em pequenos trechos de áudio-gravação, percebemos a distância entre o conteúdo "aprendido" e como iríamos ensiná-lo. Identificamos a necessidade de estudo e que esse precisava ser mais profundo.

Uma de nossas primeiras perguntas para descompactar o teorema de Tales foi: "Quando usamos os raios do sol para explicar o teorema de Tales, qual a relação com a semelhança de figuras? (resumo, 08/11/17)". A pergunta causou certa estranheza no grupo, mas logo foi dissipada pelo apoio mútuo e respeito entre todos os colaboradores, desfazendo a dúvida, à medida que buscávamos as respostas. A figura 2, apresentada a seguir, ajudou a desfazer a dificuldade:

Figura 2 - exercício



Os raios do sol se referem ao feixe de retas paralelas. As hipotenusas dos triângulos retângulos são segmentos de retas paralelas. Uma das transversais pode ser considerada como uma reta, com alguns segmentos se referindo aos catetos na horizontal.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 26)

No início do estudo, questionamos se haveria um horário mais adequado para fazer a medição, se seria melhor medir quando a sombra fosse mais comprida (resumo, 08/11/17). Segundo Silva e Sousa (2010), Tales também teve suas dificuldades e conseguiu encontrar a altura da pirâmide, num primeiro instante, de forma incorreta, quando fincou uma estaca no chão e esperou até que a sombra dela tivesse o mesmo comprimento de sua altura, concluindo que,

Revista Educere Et Educare, Vol. 14, N. 32, mai./ago. 2019. Ahead of Print.



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

naquele instante, a altura da pirâmide seria igual ao comprimento de sua sombra. Percebendo que parte de sua sombra estava escondida, encontrou o valor correto acrescendo a metade da medida da base da pirâmide (SILVA; SOUSA, 2010).

O grupo, na implementação do plano, fez algumas medições incorretas, como: a rua em que a sombra do poste estava projetada era esburacada, a sombra passava pelo meio-fio, a ponta do poste foi escondida em parte da sombra. Os valores medidos e o resultado final sofreram alterações (em torno de 3 cm) em relação aos valores reais. Apesar da frustração, fomos impelidos a encontrar respostas para tal diferença, além de nos sentirmos mais decididos a reimplementar o plano.

Outra dificuldade compartilhada no e pelo grupo foi a de conseguir trabalhar conceitos matemáticos abstratos na matemática escolar (notas analíticas, 20/09/17). Para exemplificar, apresento uma situação muito comum em livros didáticos:

Na figura 3 as avenidas das Rosas, das Margaridas e dos Lírios são paralelas. As ruas dos Pinheiros e dos Eucaliptos são transversais a essas avenidas. Será que podemos, com as informações dessa ilustração, calcular a distância entre Marcos e Débora?

Figura 3 – Exercício Mapa



Fonte: Andrini e Vasconcelos (2015, p. 163).

Na fase de planejamento da escrita do plano para ensinar o teorema de Tales, pensamos em adaptar essa situação à ideia proposta pela professora Kamila: usar o mapa que situava a escola em que ela trabalhava, para aplicar o teorema de Tales. Todos nós achamos a ideia ótima. Contudo, ao fazer o



Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

aprofundamento do conteúdo, identificamos que cometemos erro em chamar as avenidas e ruas de retas, pois ruas e avenidas possuem o que uma reta não possui: espessura (resumo, 12/09/17). Essa compreensão só foi possível por causa do estudo e do trabalho em grupo, que descompactava "velhas" formas de ensino.

Como sinalizam Davis e Renert (2014, p. 38) a "matemática para o ensino" sugere que a "[...] aprendizagem de matemática deve ser mais estruturada em torno de significados do que de definições". O grupo se questionou: Podemos exemplificar retas por ruas ou avenidas? Nesse caso, recorremos à definição de reta. Contudo, para além da definição, perguntávamos o significado de ensinar a utilização do teorema para exemplificá-lo em situações cotidianas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A "matemática para o ensino", forjada na LS, constitui-se de compreensões compartilhadas coletivamente. As compreensões são aprofundadas, pois transcendem o "como" ensinar um determinado assunto, pois esse é estudado, debatido, ensinado aos alunos, observado e criticado pelos demais integrantes do grupo. Esse movimento (constituído pelas etapas da LS) faz com que a aprendizagem do professor sobre o assunto ministrado seja reavaliado e de novo aprofundado.

O desenvolvimento da LS legitima a matemática para o ensino acontecendo à medida que o grupo assume uma disposição aberta frente à matemática em contextos educacionais, compreendendo os processos que acontecem em sala de aula, descompactando o próprio conteúdo e a forma de ensiná-lo.

Segundo Baldin, em entrevista a Souza e Wrobel (2018, p. 118), no Brasil há carência de "modelos estruturados que aperfeiçoem as práticas nas salas de aula ao longo da carreira". Interpretando a LS como um modelo capaz de aperfeiçoar, seja na formação inicial, seja na continuada, nas práticas de





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

professores e como essas dizem respeito ao fazer específico do professor, concebemos a LS forjando a matemática para o seu ensino mais eficiente.

7 AGRADECIMENTO

Agradeço ao grupo pela parceria ao longo da caminhada: Daniela Santos Brito Viana; Deliane Silva Espínola; Denise L. Rios; Jaysa Gomes Carvalho; Kamila B. Pereira; Neuraci Dias Amaral; Poliana Ferreira do Prado; Renan Coelho Araújo.

8 REFERÊNCIAS

ADLER, J. Mathematics for teaching: what is it and why is it important that we talk about it? **Pythagoras**, University of the Witwatersrand, 62, p. 2–11, 2005.

ALMEIDA, N. A. D. Uma análise da apresentação do Teorema de Tales em livros didáticos do nono ano do ensino fundamental. 2013. 57 f. Dissertação (Mestrado- Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Federal Fluminense, RJ, 2013.

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M.J. **Novo praticando matemática**. 8ª série, SP: Editora do Brasil, 2002.

ARAÚJO, W. R.; RIBEIRO, M.; FIORENTINI, D. Lesson Study no grupo de Sábado: o prelúdio de uma tarefa desenvolvida no subgrupo do Ensino Médio. In: **VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática**. Canoas: ULBRA, 2017.

BALL, D. L.; BASS, H. Toward a Practice-Based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching. In: Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group / Groupe Canadien d'Etude en Didactique des Mathématiques, 26., 2002, **Proceedings...** p. 3- 14, 2002.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for Teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**. v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BAPTISTA, M. et al. Aprendizagens profissionais de professores dos primeiros anos participantes num estudo de aula. **Educação em Revista**, v. 30, n. 4, p. 61-79, out.- dez. 2014.

BEDNARZ, N.; PROULX, J. Knowing and using Mathematics in teaching: conceptual and epistemological clarifications. For the Learning of Mathematics,





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Publishing Association: Canada, v. 29, n. 3, p. 11-17, 2009.

BEZERRA, R. C.; MORELATTI, M. R. M. Expectativas de professores em um processo formativo na escolar que utiliza a metodologia Lesson Study. In CIRÍACO, K. T; RODRIGUES, Z. G. M. (orgs.). **Práticas de colaboração em contextos de formação com professores que ensinam matemática**. Curitiba: CRV Editora, Cap. 8, p. 169-188, 2016.

COSTA, M. dos S.; ALLEVATO, N. S. G. Futuros professores de matemática e o ensino de proporcionalidade através da resolução de problemas de geometria. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 61, p. 109-123, jul./dez. 2012.

CURI, E. Grupo de pesquisa colaborativo: espaço para promoção do desenvolvimento profissional docente. In: CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P do; VECE, J. P. (Orgs.). **Grupos colaborativos e Lesson Study:** contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento professional de professores. SP: Alexa Cultural, Cap. 1, p. 17-33, 2018.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática**. 9° ano, SP: editora Ática, 2011.

DAVIS, B.; RENERT, M. Mathematisc-for-Teaching as shared dynamic participation. **For the Learning of Mathematics**, Publishing Association: Canada, v. 29, n. 3, p. 37-43, 2009.

_____. **The Math Teachers Know**: profound understanding of emergent mathematics. New York: Routledge, 2014.

FERREIRA, A. B. H. **Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. Curitiba: Positivo, 2010.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In.: BORBA, M.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. BH: Autêntica, 2006.

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da Universidade e professores da Escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa. In FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C. MISKULIM, R. G. S. (orgs.). **Práticas de Formação e de Pesquisa de professores que ensinam matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, Cap. 10, p. 233-255, 2009.

GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, B. A. **A conquista da matemática**. 9° ano, SP: FTD, 2009.

GÓMEZ, O. A. Um modelo teórico de matemática para o ensino do conceito de variável. 2017. 161f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2017.

HUILLET, D. Mathematics for Teaching: an anthropological approach and its use in teacher training. **For the Learning of Mathematics**. v. 29, n. 3, p. 04–10, 2009.

JOHNSON, B.; CHRISTENSEN, L. **Educational research**: quantitative, qualitative, and mixed approaches. Thousand Oaks: Sage, 2012.

MACEDO, R. S. **Etnopesquisa crítica, etnopesquisa-formação**. 2 ed. Brasília: Liber Livro Editora, 2010.

MENDUNI-BORTOLOTI, R. D. **Um estudo sobre a matemática para o ensino de proporcionalidade**. 2016. 142f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2016.

RIBEIRO, A. J.; OLIVEIRA, F. A. P. V. S. Conhecimentos Matemáticos dos Professores e o Ensino de Equações: uma investigação acerca do planejamento de aulas para a Educação Básica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais do VI SIPEM**... Goiânia: UFG, 2015. *Card Drive*.

RICHIT, A. PONTE, J. P. TOMKELSKI, M. L. Estudos de Aula na formação de professors de matemática do ensino médio. **Revista Brasileira Estudos Pedagógicos.** Brasília, v. 100, n. 254, jan./abr. 2019.

SANTOS, G. L. D. **Um modelo teórico de matemática para o ensino do conceito de função**. 2017. 165f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2017.

SCHWANDT, T. A. Três posturas epistemológicas para a investigação qualitativa: interpretativismo, hermenêutica e construcionismo social. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **O planejamento da pesquisa qualitativa**: teorias e abordagens. Porto Alegre: Artmed, cap. 6, p. 169-192, 2006.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA. A. P. P. N.; SOUSA, G. C. Tópicos de história e ensino de matemática: uma





Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

proposta de atividade para o teorema de tales. In: **X Encontro Nacional de Educação Matemática**, Salvador, 2010.

SOUZA, M. A. V. F; WROBEL, J. S. **Café, Leite e Matemática**. Vitória – ES: Edifes, 2017. (Lesson Study em Matemática).

SOUZA, M. A. V. F; WROBEL, J. S.; BALDIN, Y. Y. Lesson Study como meio para a formação inicial e continuada de professores de matemática – Entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. **Boletim GEPEM**. RJ: UERJ, n. 73, jul./dez., p. 115-130, 2018.

TAKHASHI, A.; YOSHIDA, M. Ideas for establishing lesson-study communities. **Teaching Children Mathematics**, mai, p. 436-443, 2004.

TOWERS, J.; MARTIN, L. The emergence of a 'better' idea: preservice teachers' growing understanding of mathematics for teaching. **For the Learning of Mathematics**, Publishing Association: Canada, v. 29, n. 3, p. 44-48, 2009.

UTIMURA, G. Z. Um panorama teórico sobre *Lesson Study* (Estudo de Aula). In: CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P do; VECE, J. P. (Orgs.). **Grupos colaborativos e Lesson Study:** contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento professional de professores. São Paulo: Alexa CulturalCap 3, p. 49-65, 2018.

Recebido em: 31/05/2019 Aprovado em: 11/11/2019

