

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Ana Virginia de Almeida Luna¹
Elizabeth Gomes Souza²
Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti³

Resumo: Esta pesquisa teve como objetivo identificar e analisar as produções discursivas em tarefas de *Early Algebra* de crianças do 4º ano do Ensino Fundamental dos anos iniciais, com faixa etária entre 8 e 9 anos. A abordagem metodológica adotada foi qualitativa, desenvolveu-se por meio de uma produção elaborada por um grupo de 20 (vinte) crianças e foi analisada a partir da *Early Algebra* e de conceitos teóricos discursivos da pesquisadora Anna Sfard. Como resultado, observou-se a elaboração, pelas crianças, de três rotinas matemáticas, as quais apontam para a identificação de padrões distintos e criativos em elementos da sequência pictórica apresentada pelo professor.

Palavras-chave: Anos Iniciais; Metarregras; Discurso Matemático; *Early Algebra*.

A ZOOM IN DISCUSSION PRODUCTIONS IN *EARLY ALGEBRA* TASKS OF CHILDREN IN ELEMENTARY SCHOOL

Abstract: The aim of this research was to identify and analyze the discursive productions in *Early Algebra* tasks of children of the Elementary School. The methodological approach adopted in this research was qualitative, involving a task developed by a group of 20 (twenty) children, in the age group between 8 and 9 years old of the 4th grade of the Elementary School. The children's production was analyzed from the *Early Algebra* and the discursive theoretical concepts of the researcher Anna Sfard. As a result, we observe children's elaboration of three mathematical routines. They point out to the identification of distinct and creative patterns in elements of the pictorial sequence presented by the teacher.

Keywords: Early Years; Metarules; Mathematical Discourse; *Early Algebra*

¹ Doutora em Ensino Filosofia e História das Ciências pela UFBA/ UEFS-BA. Professora Adjunta, Departamento de Ciências Exatas, e do Programa de Pós-Graduação em Educação da UEFS. Líder do Grupo de Pesquisa Núcleo de Estudos em Educação Matemática de Feira de Santana - NEEMFS (SBEM-BA/UEFS). Diretora Pedagógica dos Anos Iniciais da Escola Despertar FSA-BA.

² Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela UFBA/ UEFS. Professora Adjunta da Faculdade de Educação Matemática e Científica e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da UFPB. Integrante do Grupo de Estudos em Modelagem Matemática (GEMM/UFPB).

³ ³ Doutora em Educação pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Professora Adjunta da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), Vitória da Conquista-BA. Líder do Grupo de Pesquisa *Lesson Study* e o trabalho colaborativo com professores da Educação Básica.

1. Introdução

Ao abordar o tema álgebra, em especial nos anos iniciais do Ensino Fundamental, alguns questionamentos se destacam, a saber: O eixo de aritmética deve ser sistematizado antes de desenvolver o trabalho de álgebra ou de forma concomitante? Crianças pequenas podem resolver equações e funções? Símbolos como a igualdade são compreendidos pelos estudantes no início da escolaridade? Levantar perguntas como essas e, também, as suas possíveis respostas, remete-nos às investigações sobre a *Early Algebra*, que envolve o estudo da álgebra desde a Educação Infantil até os anos iniciais do Ensino Fundamental⁴.

Entre os argumentos para a inclusão da álgebra desde o início da escolaridade está a possibilidade de estabelecer relações com diferentes eixos da matemática, o que pode favorecer a construção, pelos estudantes, de entendimentos sobre álgebra e outros domínios da matemática ao longo do período da escolaridade. Outro argumento é a oportunidade de aprofundar os entendimentos, no que diz respeito aos números e operações⁵.

Nos últimos anos, têm sido difundidas pesquisas em *Early Algebra* com ênfase na formação de professores e no uso de tarefas; tais investigações envolvem o modo de propor tarefas e também os processos de desenvolvimento destas pelos estudantes⁶. Neste artigo, apresentamos uma pesquisa sobre *Early Algebra* com o objetivo de identificar e analisar as produções discursivas de crianças de anos iniciais em tarefas de *Early Algebra*.

⁴ CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.; SCHWARTZ, J.L. In: *Early Algebra is not same as Algebra Early*. KAPUT J.J., CARRAHER, D., BLANTON, M. *Algebra in the Early Grades*. Ed.Routledge. Taylor&Francis Group. New York. 2008. p.235-272.

⁵ STEPHENS, A.; BLANTON, M. Algebraic reasoning prekindergarten-grade 2. In: NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. *Reasoning and and sense making in the mathematics classroom*. Pre-K-Grade 2. More4u. United States of America, 2015.

⁶ VALE, I.;PIMENTEL,T. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 98-124, 2013.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

2. *Early Algebra* nos documentos oficiais

No PCN⁷ do Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano, é sugerido o estudo da álgebra para os anos iniciais do Ensino Fundamental, com a denominação de pré-álgebra. Em contrapartida, os Princípios e Normas para a Matemática Escolar⁸, elaborados pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), nos Estados Unidos, preconiza sua inserção desde a Educação Infantil e o relaciona ao estudo de estruturas (compreender padrões, relações e funções), à simbolização (representar e analisar situações matemáticas estruturas, usando símbolos algébricos) e à modelação (usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas). Esses enfoques ultrapassam o seu estudo restrito à dimensão de manipulação simbólica e de resolução de equações.

No Brasil, a *Early Algebra* foi introduzida apenas em 2012, pelo documento “Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental”⁹, que foi elaborado com o intuito de divulgar orientações para as práticas educativas, tendo como propósito assegurar a cada estudante do Ensino Fundamental o direito à apropriação, ampliação e consolidação de conhecimentos imprescindíveis para sua formação integral e cidadã.

Nesse documento, proposto pelo Ministério de Educação (MEC) e, atualmente, em discussão no Conselho Nacional de Educação, a inclusão do

⁷ BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental* – Brasília: MEC/SEF, 1998.

⁸ NCTM. National council of teachers of mathematics. *Principles and Standards of School Mathematics*. 2000. Disponível em: <<http://standards.nctm.org/document/index.htm>>. Acesso em: 4 out. 2017.

⁹ BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral – DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental – COEF. *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental*. Brasília, DF: MEC, 2012.

pensamento algébrico caracteriza-se como direito de aprendizagem desde o ciclo de alfabetização, a fim de que o aluno compreenda padrões e relações, a partir de diferentes contextos, devendo estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, reconhecer a variabilidade de valores das grandezas e operações e a possibilidade da produção de padrões, assegurando, assim, a alfabetização e o letramento matemático.

A Base Nacional Comum Curricular¹⁰ aponta que, no processo de ensino e de aprendizagem desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, deve ser iniciado o estudo de *regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade*. No que se refere à “regularidade” para expressar as relações, a proposta no BNCC destaca a necessidade do trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências, segundo uma determinada regra de formação, pois, nessa etapa da escolaridade, as crianças não usam letras, apenas números, imagens, objetos e desenhos, entre outros recursos.

Quanto à relação de “equivalência”, seu início pode ser com atividades envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $3 + 4 = 7$ e $7 = 5 + 2$, então $3 + 4 = 5 + 2$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser realizada para encontrar um resultado final, mas, sim, de equivalência entre sentenças.

3. Early Algebra: Revisão de literatura

Ao retomar as questões iniciais apresentadas na introdução deste artigo, tomando como referência o NCTM, não há dúvida de que a álgebra deve ser desenvolvida desde o início da escolaridade. Identificamos a relevância dessa iniciação com o propósito de favorecer que a criança compreenda padrões, relações e funções; represente e analise situações e

¹⁰ BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). 3ª versão revista. Ministério da Educação (MEC). Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 2 out. 2017.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

estruturas matemáticas, usando símbolos algébricos; recorra a diferentes formas de representações matemáticas para compreender relações quantitativas e analisar a variação em diversos contextos.

Pesquisadores¹² discutem sobre a pouca articulação entre conhecimentos aritméticos e algébricos, o que nos faz entender a importância da *Early Algebra*, que oferece oportunidades para as crianças realizarem a atividade algébrica.

Com base no “Projeto Matemática e Padrões no Ensino Básico: Perspectivas e experiências curriculares de alunos e professores”¹³ esses pesquisadores desenvolveram um estudo com o propósito de analisar como tal projeto seria interpretado por uma professora em formação, buscando verificar como sua participação poderia dar suporte às suas práticas de ensino e ao desenvolvimento da algébrica pelas crianças.

A professora observada conseguiu realizar mudanças em sua prática em sala de aula com os alunos, pois passou a incluir tarefas exploratórias e desafiadoras, semelhantes àquelas na formação, com diferentes padrões capazes de propiciar aos alunos oportunidade para que descobrissem relações entre as figuras, formulassem conjecturas, identificassem e descrevessem os padrões e fizessem generalizações. Com isso, as autoras, ao concluir o trabalho, sugerem que esse modelo de formação continuada pode melhorar as práticas dos professores e, por conseguinte, a aprendizagem dos alunos.

Por meio desse estudo, é possível inferir que a inserção de tarefas envolvendo padrões pode favorecer a ampliação, pelas crianças, de possibilidades de produzir relações entre diferentes padrões, o que favorece, por consequência, a aprendizagem sobre generalizações. Propostas de atividades como a descrita podem ser encontradas em outras investigações.

DOSSIÊ PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: NOVAS PERSPECTIVAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM

Tais estudos reiteram a importância de ações com a *Early Algebra*. Para exemplificar essa relevância, segue ilustração de uma tarefa solicitada por uma professora de 3º ano do Ensino Fundamental.



Ilustração 1: Sequência produzida por uma criança de 3º ano do Ensino Fundamental.
Fonte: Relatórios do Grupo de Estudos da Escola Despertar (DESPMAT), em 2015.

Nessa produção, identificamos um padrão numérico e geométrico quando a criança, ao perceber a regularidade na contagem dos triângulos (padrão aritmético) e registrar na escrita numérica a posição dos triângulos (padrão geométrico) com a base posicionada para baixo (número escrito de forma convencional) e a base posicionada para cima (número escrito de forma “invertida”).

Thompson¹¹ apresenta atividades com operações para o ensino de álgebra, considerando conceitos algébricos peculiares ao desenvolvimento em álgebra das crianças nos anos iniciais. Para tanto, a autora utilizou materiais manipuláveis, representação pictórica das operações e registros com a linguagem matemática com uso de lápis e papel, envolvendo fatos básicos, por exemplo, da adição: $_ + 2 = 5$ e $3 + _ = 5$.

Porém, observamos que essas atividades se referem apenas às operações e restringem o estudo algébrico a apenas um foco, quando comparamos com estudos já citados que identificam outras possibilidades, no que diz respeito às propostas de tarefas de *Early Algebra*.

¹¹ THOMPSON, F. M. O ensino de álgebra para a criança mais nova. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). *As ideias da álgebra*. (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. pp. 79-103.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Pesquisadores¹² realizaram investigações desde os anos iniciais da escolaridade, incluindo o estudo de funções de forma mais ampla. Blanton e Kaput desenvolveram uma pesquisa com o objetivo de examinar o que crianças dos anos iniciais pensavam sobre funções e como os materiais e as atividades escolares podem servir de suporte para o pensamento dos estudantes. Nessa investigação, os autores apontam que não basta uma proposição de materiais curriculares, sendo fundamental que o professor crie oportunidades para que o uso desse material gere a construção de padrões, conjecturas e possíveis generalizações.

Os autores Ponte, Branco e Matos¹³ incluem essas questões como vertentes do pensamento algébrico na Educação Básica. Segundo os autores, o ensino da álgebra compreende três eixos interrelacionados. O primeiro está relacionado ao uso de diferentes formas de representações. Já, o segundo, o eixo da generalização, em álgebra na Educação Básica, corresponde à identificação de padrões, de variabilidade e de relações entre elementos de uma sequência seja ela aritmética, simbólica ou pictórica.

Nas variedades de experiências cotidianas com números, por exemplo, a generalização pode se constituir em “sentido numérico”¹⁴, por meio do encontro de variações e padrões. O terceiro e último eixo diz respeito à resolução de problemas matemáticos que envolvam elementos algébricos para resolvê-los. Este último eixo é denominado pelos autores como vertente da resolução de problemas. A respeito dessas três vertentes, Radford¹⁵ discorre sobre a compreensão de generalização. Para ele,

¹² BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Functional Thinking as a Route into Algebra in the Elementary Grades. CAI, J; KNUTH, E. (eds.), *Early Algebraization, Advances in Mathematics Education*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.

¹³ PONTE, J. P; BRANCO, N.; MATOS, A. *Algebra no Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC, 2009.

¹⁴ Ibid., p. 20.

¹⁵ RADFORD, L. Some Reflections on teaching algebra through generalization. In.: Bednarz, N. Kieran, C; Lee, L. (Org.). *Approaches to algebra: perspectives for research and teaching*, p. 107- 111, London: Dordrecht, 1996.

generalizar envolve processos e produtos matemáticos que apontam para a existência de padrões em valores fixos e variáveis.

Schliemann e Carraher¹⁶, a fim de validar se seria possível promover uma compreensão inicial de variáveis, funções, equações e suas múltiplas representações nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como proposto no NCTM¹⁷, (2000), desenvolveram estudos empíricos com crianças do 2º ao 5º ano dos anos iniciais. Nesses estudos, as crianças tiveram a oportunidade de realizar diferentes propostas em sala de aula, envolvendo variáveis e tabelas de dados, reta numérica, representação e resolução de problemas aritméticos com variáveis e, com a reta numérica, a representação de uma função linear, relações da reta numérica ao espaço cartesiano e representações e resolução de problemas com tabelas, gráficos e equações. As crianças “analisavam, discutiam e representavam situações e problemas verbais”¹⁸.

Como os resultados do estudo, as autoras verificaram que, com as intervenções dos professores, as crianças puderam aprofundar a compreensão da aritmética e apropriar-se progressivamente das representações algébricas.

4. Matemática como Discurso

Sfard¹⁹ compreende Matemática como Discurso. Essa ideia imprime uma concepção mais abrangente de que nós, humanos, somos seres constituídos pelo e no discurso em suas variadas formas, como o discurso oral,

¹⁶ SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W. O lugar da álgebra no Ensino Fundamental. In: MARTINS, E. LAUTERT, S. (Org.). Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores: contribuições da Psicologia da educação matemática. Rio de Janeiro: Autografia, 2016. v. 1, p. 34-73.

¹⁷ NCTM. National council of teachers of mathematics. Principles and Standards of School Mathematics. 2000. Disponível em: <<http://standards.nctm.org/document/index.htm>>. Acesso em: 4 out. 2017.

¹⁸ SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W. O lugar da álgebra no Ensino Fundamental. In: MARTINS, E. LAUTERT, S. (Org.). Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores: contribuições da Psicologia da educação matemática. Rio de Janeiro: Autografia, 2016. v. 1, p. 34-73, p. 39.

¹⁹ SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press, 2008.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

escrito, gestual, entre outros. Nascemos imersos em modos de falar, andar, vestir, gesticular, sorrir, de sentir dor, alegrias e desgostos, enfim, em infinitas formas de comunicação com humanos e não humanos.

Neste artigo há distinções entre Discurso e discurso. Quando denominamos de Discurso estamos nos referindo à Matemática e ao sistema de narrativas que a definem. Quando usamos a palavra discurso com letra minúscula corresponde à pronúncia particular de um indivíduo que pode ser na forma ora, verbal, gestual, icônica, etc., sobre o Discurso.

Sfard se alinha, portanto, no campo da psicologia da aprendizagem matemática, às concepções discursivas pós-virada linguística, predominantemente fundamentada nos escritos do filósofo Ludwig Wittgenstein, em seu livro póstumo intitulado *Investigações Filosóficas*, em que tais concepções atribuem ao discurso um papel central e formador da vida humana.

De acordo com essa argumentação, discurso não é um canal de expressão de conexões inteligíveis que ocorreriam somente e exclusivamente no nível das estruturas mentais, segundo perspectivas cognitivas de constituição humana. As formas de comunicação humana são, em si, elementos que moldam, formam, constituem as formas de vida²⁰ existentes no mundo social.

Essa perspectiva de formação humana foi adotada em diferentes áreas do conhecimento, como antropologia, psicologia, sociologia, entre outras. Já Sfard elaborou um conjunto de conceitos e delimitações relativas à compreensão de Matemática e de aprendizagem Matemática a partir dessa perspectiva.

²⁰ Forma de vida, é uma expressão elaborada pelo filósofo Ludwig Wittgenstein que pode ser entendida por seus leitores, como um conjunto de valores, normas, regras, crenças, discursos, entre outros, compartilhadas por um determinado grupo social (WITTGENSTEIN, 1999).

A autora define Matemática como Discurso e por Discurso uma específica forma de comunicação. A comunicação "é uma atividade dirigida por regra em que as ações e (re)ações dos discursantes se originam de opções de repertórios bem estabelecidos e correspondem a formas padronizadas não acidentais"²¹. Assim, ao longo do tempo, a sociedade cria regras de forma contínua e não arbitrária, a fim de tornar a comunicação humana eficaz e possível. É com base em proficiência nessas regras que ocorre a identificação de nossa pertença ou não ao Discurso.

Sfard classifica as formas de comunicação humana como vocal (palavras faladas) e visual, em que pode ser icônica, gestual, concreta e verbal. Essa última a autora subdivide em palavras escritas e símbolos algébricos. O Discurso matemático, assim como os Discursos que permeiam a vida humana, possui características que o distingue de outros. Ele se difere, por exemplo, por apresentar quatro características específicas e inter-relacionadas: vocabulário; mediadores visuais; narrativas e rotinas.

O vocabulário de um discurso pode ser compreendido como a proficiência nas regras que permeiam o uso das palavras. No Discurso Matemático, as palavras acionam uma determinada produção discursiva, ou seja, uma forma de comunicação peculiar. Comunicar infinitas outras gera produções discursivas peculiares ao Discurso²².

Os mediadores visuais podem ser compreendidos como artefatos simbólicos, criados especificamente para mediar visualmente a comunicação entre os discursantes. Discursos icônicos e pictóricos são exemplos desses mediadores. Eles também podem acionar produções discursivas verbais e escritas, bem como a geração de outros mediadores visuais.

²¹ SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press, 2008, p. 146.

²² São denominadas produções legítimas aquelas, cuja comunidade que já pratica o Discurso considera verdade, ou seja, assume como peculiar ao Discurso. Em sala de aula, o professor geralmente é o participante do Discurso mais experiente e proficiente e, portanto, é o principal responsável por legitimar as produções discursivas dos participantes aprendentes, os estudantes.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Já as narrativas são produções discursivas escritas que podem ser endossadas (validadas) pela comunidade como verdadeiras ou falsas, ou seja, o Discurso pode ser legítimo ou não. As características descritas anteriormente estão conectadas entre si com vistas à produção do Discurso legítimo. O uso de palavras e os mediadores visuais geram narrativas matemáticas legítimas ao Discurso Matemático. As narrativas são discursos matemáticos passíveis de análise de sua pertença ou não ao Discurso Matemático.

Por fim, temos as *rotinas* como outra produção discursiva peculiar ao Discurso Matemático. As rotinas compreendem produções discursivas que imprimem padrões e regularidades ao Discurso. Tendo em vista que tais padrões são padrões de um Discurso e o Discurso é regido por regras, as rotinas matemáticas são definidas por Sfard como um conjunto de *metarregras*²³. Essas, por sua vez, descrevem a estrutura das ações discursivas comunicadas pelo participante da comunicação²⁴.

Para exemplificar o que é uma rotina e as metarregras a ela associadas, consideremos as seguintes situações, conforme quadro 1:

Situação A – Abaixo, temos algumas formas de obter o valor 2. Descubra o padrão.	Situação B - Encontre o número que torne cada narrativa verdadeira.
$7 - 5 = 2$	$\underline{\quad} - 8 = 2$
$6 - 4 = 2$	$\underline{\quad} - 7 = 2$
$5 - 3 = 2$	$\underline{\quad} - 6 = 2$

Quadro 1 – Situações fictícias
Fonte: elaboradas pelas autoras

²³ SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press, 2008.

²⁴ MENDUNI-BORTOLOTTI, R. D.; BARBOSA, J. C. *A construção de uma Matemática para o Ensino do Conceito de Proporcionalidade Direta a partir de uma Revisão Sistemática de Literatura*. *Bolema*, Rio Claro, 2017. v. 31, n. 59, p. 947-967

A situação A demanda que o participante da comunicação encontre um padrão diferente da situação B em que basta encontrar o valor numérico para cada narrativa. A metarregra que o participante pode utilizar pode ser a operação inversa, ou seja, somar 2 a 8 na primeira sentença; no entanto, essa mesma metarregra não pode ser utilizada para encontrar a resposta na situação A. Quando metarregras descrevem diferentes estruturas discursivas, temos diferentes rotinas, compostas por uma metarregra ou por um conjunto delas.

No que diz respeito à álgebra, entendemos como um campo do Discurso. Nos anos iniciais, o Discurso Matemático Algébrico será produzido por meio de narrativas, vocabulários e rotinas gerados a partir de relações de variações e (co)variações em termos de números e operações aritméticas e geométricas, por exemplo, comunicando regularidades, sequências, padrões, modelos, generalizações.

Nos anos iniciais, tanto professores quanto alunos podem usar mediadores visuais (desenhos, imagens ou traços) para produzir discursos matemáticos algébricos. O professor pode oportunizar situações em que relações de variações, por exemplo, sejam produzidas pelos alunos, apoiadas por mediadores visuais. O professor pode utilizar esses mediadores para que os alunos observem regularidades, construam sequências, modelem aritmeticamente, estabelecendo relações com vistas a generalizar, mesmo não fazendo uso de incógnitas.

5. Metodologia

O presente estudo foi desenvolvido a partir de uma abordagem qualitativa²⁵. Como dados da pesquisa, adotamos a análise de documentos, por meio das tarefas desenvolvidas pelas crianças. Para Alves-Mazzotti e

²⁵ BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora, 1994.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Gewandsznajder²⁶, documento “é qualquer registro que possa ser utilizado como fonte de informação”.

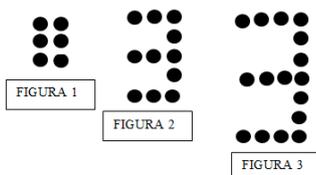
O *lócus* da pesquisa foi uma instituição particular de ensino, no interior da Bahia, cuja turma era composta por 20 (vinte) estudantes do quarto ano do Ensino Fundamental, entre oito e nove anos. Para este artigo, selecionamos uma tarefa que foi elaborada pela professora, a partir dos estudos sobre *Early Algebra* desenvolvidos pelo Núcleo de Estudos em Educação Matemática de Feira de Santana (NEEMFS), certificado pela Universidade Estadual de Feira de Santana, Bahia e realizada em quatro horas/aula.

As tarefas foram analisadas a partir da apropriação teórica que fizemos de conceitos de Sfard, os quais funcionaram como instrumento de análise para identificar as rotinas, bem como as metarregras produzidas pelas crianças na tarefa. Identificamos, na análise de dados, os discursos matemáticos da professora e das crianças. Como havia 20 crianças, numeramos as tarefas de cada uma delas de 1 a 20. Nesta pesquisa, definimos tarefa como uma produção discursiva impressa elaborada pela professora para registrar as produções discursivas das crianças.

6. A tarefa sobre *Early Algebra*

TAREFA

1. Quantos pontinhos tem cada 3?



²⁶ ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira, 2002, p. 169.

Ilustração 2²⁷ - Primeira questão desenvolvida pela Professora

2. Continue a sequência de “três”.

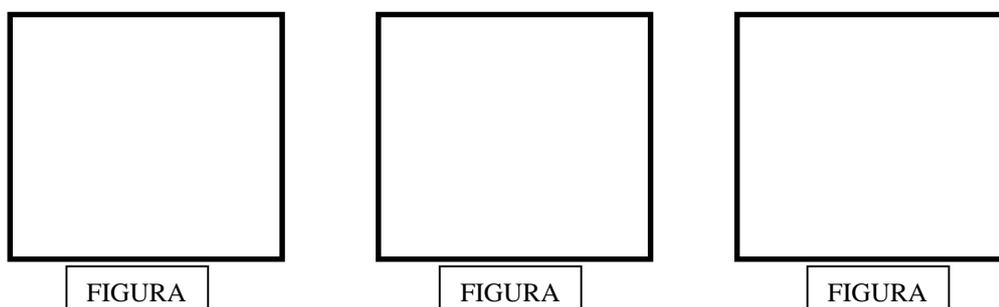


Ilustração 3 - Segunda questão desenvolvida pela Professora

2- Analise o padrão de crescimento apresentado e construa uma regra que permita relacionar o número de pontinhos de cada “três” com a posição que ocupa na sequência.

Figura	Número de pontinhos	Regra
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Ilustração 4 - Terceira questão desenvolvida pela professora.

7. Análise da produção discursiva das crianças em *Early Algebra*.

²⁷ Utilizamos o termo ilustrações para diferenciar de figura. As ilustrações referem-se a partes da tarefa e também à produção das crianças.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Nesta seção, apresentamos a análise de cada parte da tarefa, a partir da qual foram identificadas as rotinas em cada uma das três, sendo que na terceira evidenciamos três rotinas, bem como as metarregras que as descreveram. Contudo, destacamos que as duas primeiras partes da tarefa foram fundamentais para a produção discursiva das crianças na terceira parte e, conseqüentemente, para a nossa identificação de três rotinas.

7.1 Análise da questão “quantos pontinhos têm em cada três”

A primeira questão elaborada pela professora apresenta palavras do Discurso Matemático e gerou, por parte das crianças, a elaboração de narrativa matemática do campo da contagem. Vejamos algumas produções das crianças nas ilustrações 5 e 6.

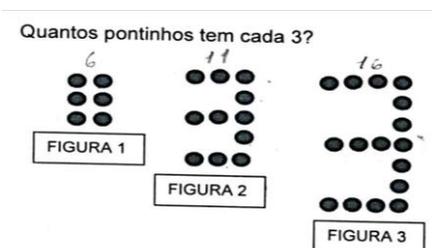


Ilustração 5 – Criança realizou a contagem e inseriu o resultado em cima da indicação da posição do mediador visual

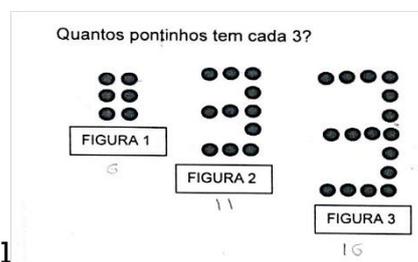


Ilustração 6 - Criança realizou a contagem e inseriu o resultado embaixo da indicação da posição do mediador visual

a contagem do total de pontinhos de cada figura e registraram esse total na tarefa. Para produzir essa narrativa, a professora optou por um mediador visual de natureza pictórica, denominado por ela de “três”, pela semelhança com tal número.

Esta tarefa busca desenvolver aprendizagens no campo da álgebra no que tange aos estudos sobre regularidades e padrões existentes em uma

dada sequência recursiva, conforme nos sugerem os documentos oficiais dos direitos de aprendizagem e da base nacional comum²⁸.

Na tarefa proposta pela professora às crianças, o desenho em sequência, nesse caso um mediador visual, foi utilizado pela professora para iniciar a produção discursiva no campo da *Early Algebra*, semelhantemente à tarefa proposta em DESPMAT²⁹. No entanto, nessa tarefa, a professora já intenciona que as crianças façam relações entre a aritmética e a *Early Algebra* quando solicita a produção de narrativas matemáticas de contagem sobre narrativas matemáticas pictóricas sequenciais.

7.2 Análise da questão “Continue a sequência de “três”

Nessa parte da tarefa, podemos notar que a professora solicita às crianças a elaboração de narrativas matemáticas, com base na observância de alguma regularidade nos mediadores visuais, conforme a ilustração 2, apresentados por ela na parte anterior da tarefa. Para isso, a professora faz o uso dos vocábulos “continue” e “sequência”. Aqui, as crianças atribuem a essas palavras o uso matemático requerido, produzindo discursos matemáticos pictóricos que, agora em conjunto, representam uma sequência matemática pictórica.

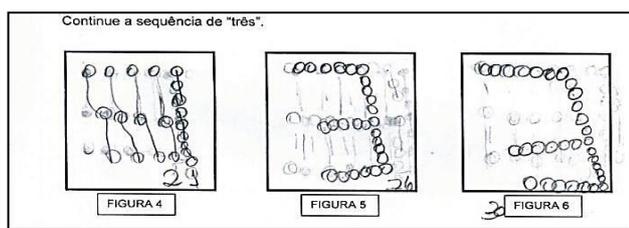


Ilustração 7 – Produção discursiva da criança 1

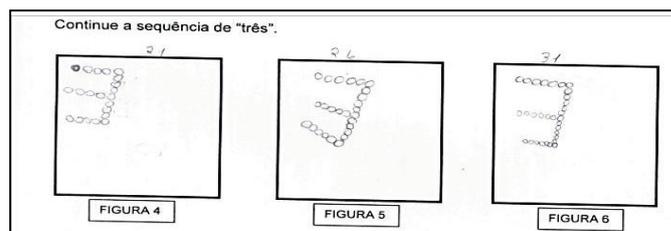


Ilustração 8 – Produção discursiva da criança 5

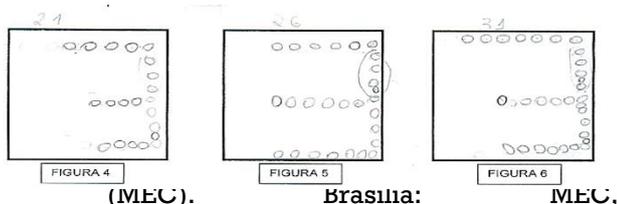
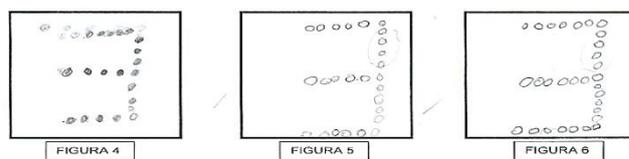


Ilustração 9 – Produção discursiva da criança 7

cular.



es/ BNCC_publicacao.pdf >. Acesso em: 2 out

²⁹ DESPMAT. *Relatórios com registros dos encontros e das atividades desenvolvidas no Grupos de Pesquisas em Educação Matemática da Escola Despertar em 2015*. Feira de Santana-Ba: Brasil, 2015.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Ilustração 10 – Produção discursiva da criança 9

Essa parte da tarefa solicita das crianças o encontro de regularidades e padrões, a partir de produção de narrativas pictóricas. Semelhantemente à questão anterior, podemos observar que as crianças produziram narrativas pictóricas no espaço destinado pela professora em forma de quadrado, para a realização de um registro pictórico que promovesse continuidade à sequência por ela iniciada.

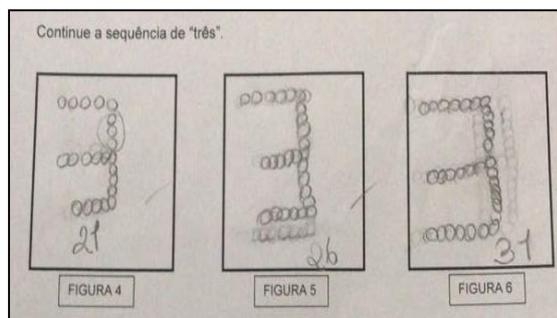


Ilustração 11– Produção discursiva da criança 12

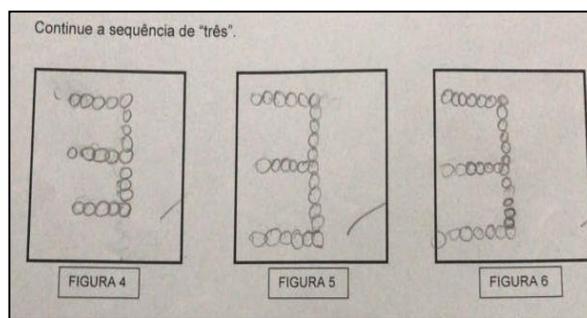


Ilustração 12– Produção discursiva da criança 15

Algumas crianças desenharam a sequência do “três” sem registrar ou realizar a contagem, o que é possível verificar nas ilustrações 10 e 12. Quinze delas produziram narrativas pictóricas concomitantemente às narrativas de contagem do número total de pontinhos, conforme as ilustrações 7, 8, 9 e 11.

Podemos destacar que diferentes produções discursivas favoreceram a ampliação do repertório em relação ao discurso matemático algébrico. A análise que construímos sobre essas duas partes da tarefa corroboram os

resultados de pesquisas trazidos, por exemplo, por Vale e Pimentel³⁰ e Blanton e Kaput³¹, as quais não se limitam apenas às operações de contagem, mas que, com base nessa contagem, estabelecem relações com vistas ao discurso matemático algébrico.

7.3 Análise da questão “Análise o padrão de crescimento apresentado e construa uma regra que permita relacionar o número de pontinhos de cada “três” com a posição que ocupa na sequência”

Os discursos matemáticos impressos na questão 3 buscam acionar a produção de narrativas matemáticas escritas e não mais narrativas pictóricas. Nela, a professora pede às crianças que analisem o “padrão” presente nas narrativas pictóricas elaboradas nas tarefas anteriores e que, a partir delas, “identifiquem” e construam “uma regra”. Também o discurso matemático da questão solicita que essa regra seja elaborada com base na “relação” entre o número de pontinhos e a posição deles na sequência.

A tarefa propicia às crianças a oportunidade de compreender padrões e relações e, ainda, corrobora os documentos propostos pelo Ministério da Educação³² no que tange aos direitos de aprendizagem do eixo da álgebra.

Vale e Pimentel³³ também destacam a importância de os professores produzirem tarefas dessa natureza, a fim de qualificar a sua própria formação

³⁰ VALE, I.; PIMENTEL, T. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 98–124, 2013.

³¹ BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Functional Thinking as a Route into Algebra in the Elementary Grades. CAI, J.; KNUTH, E. (eds.), *Early Algebraization, Advances in Mathematics Education*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.

³² BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral – DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental – COEF. *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental*. Brasília, DF: MEC, 2012.

³³ VALE, I.; PIMENTEL, T. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 98–124, 2013.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

no que diz respeito à álgebra e também para que possam compreender as produções das crianças sobre essa temática.

Além disso, a professora recorre à tabela que desempenha o papel de mediador visual, para a produção discursiva das crianças. A ordem com que a professora dispõe as palavras e o que elas devem acionar em termos de narrativas matemáticas também moldam a natureza da produção discursiva das crianças.

Nesse caso, trata-se de encontrar um padrão discursivo a ser constituído na comparação sequencial das narrativas pictóricas elaboradas nas questões anteriores, mas não somente isso. As palavras e a ordem delas, presentes na tabela da questão 3, sugerem às crianças que criem narrativas escritas pautadas em outras narrativas escritas e não mais embasadas nas narrativas pictóricas (no desenho três); isso porque a professora pediu nessa questão a quantidade de pontinhos da figura 1 até figura 10. Já o desenho feito pelas crianças vai até a figura 4.

Nesta questão, analisamos a produção das rotinas matemáticas e suas metarregras relativas aos objetivos de ensino no campo da álgebra. Do total de 20 (vinte) produções discursivas identificamos a elaboração de três diferentes rotinas e, atreladas a elas, metarregras diversas.

7.3.1 Rotinas matemáticas sobre a parcela fixa do valor total

Nesta seção, agrupamos as produções das crianças cujas narrativas matemáticas indicaram o encontro da regra ou padrão de crescimento existente na relação entre a oposição da figura e a quantidade de pontinhos presente no discurso pictórico “3”, acionando narrativas matemáticas do campo da aritmética, em particular, o procedimento da adição. As crianças somaram 5 ao número de pontinhos da figura anterior, o que gerava o número

DOSSIÊ PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: NOVAS PERSPECTIVAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM

total de bolinhas da figura em questão. São representativas as seguintes produções:

FIGURA	NÚMERO DE PONTINHOS	REGRA
1	6	6
2	11	$6+5=11$
3	16	$11+5=16$
4	21	$16+5=21$
5	26	$21+5=26$
6	31	$26+5=31$
7	36	$31+5=36$
8	41	$36+5=41$
9	46	$41+5=46$
10	51	$46+5=51$

Ilustração 13 –Produção discursiva da criança 3

FIGURA	NÚMERO DE PONTINHOS	REGRA
1	6	Aumento de 5 em 6. 6
2	11	Aumento de 5 em 6. $6+5=11$
3	16	Aumento de 5 em 6. $11+5=16$
4	21	Aumento de 5 em 6. $16+5=21$
5	26	Aumento de 5 em 6. $21+5=26$
6	31	Aumento de 5 em 6. $26+5=31$
7	36	Aumento de 5 em 6. $31+5=36$
8	41	Aumento de 5 em 6. $36+5=41$
9	46	Aumento de 5 em 6. $41+5=46$
10	51	Aumento de 5 em 6. $46+5=51$

Ilustração 14 –Produção discursiva da criança 4

FIGURA	NÚMERO DE PONTINHOS	REGRA
1	6	O aumento 5 a cada figura Ex: $1+5=6$
2	11	O aumento 5 a cada figura Ex: $6+5$
3	16	O aumento 5 a cada figura Ex: $11+5$
4	21	O aumento 5 a cada figura Ex: $16+5$
5	26	O aumento 5 a cada figura Ex: $21+5$
6	31	O aumento 5 a cada figura Ex: $26+5$
7	36	O aumento 5 a cada figura Ex: $31+5$
8	41	O aumento 5 a cada figura Ex: $36+5$
9	46	O aumento 5 a cada figura Ex: $41+5$
10	51	O aumento 5 a cada figura Ex: $46+5$

Ilustração 15 –Produção discursiva da criança 6

FIGURA	NÚMERO DE PONTINHOS	REGRA
1	6	6
2	11	$6+5=11$ Aumentou 5
3	16	$11+5=16$ Aumentou 5
4	21	$16+5=21$ Aumentou 5
5	26	$21+5=26$ Aumentou 5
6	31	$26+5=31$ Aumentou 5
7	36	$31+5=36$ Aumentou 5
8	41	$36+5=41$ Aumentou 5
9	46	$41+5=46$ Aumentou 5
10	51	$46+5=51$ Aumentou 5

Ilustração 16 –Produção discursiva da criança 9

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Podemos identificar nas ilustrações 13, 14, 15 e 16 que as crianças produziram metarregras relativas ao encontro da “regra” solicitada pela professora na tarefa, construindo narrativas matemáticas sobre o procedimento de adição de dois elementos e o seu resultado. Trata-se de uma produção simbólica. As crianças identificaram que a “regra” consistia em somar cinco (+5) ao número total de pontinhos encontrados na figura anterior, por isso registravam o resultado final do valor adicionado. A maioria delas, 14 do total, realizou somente esse procedimento.

A maioria das crianças produziu narrativas relativas ao procedimento de adicionar simbolicamente o total de pontinhos da figura anterior com o valor 5. Assim, a narrativa matemática produzida pelas crianças sobre o encontro do “padrão” correspondeu ao registro do procedimento da adição “ $5+1=6$; $6+5=11$; $11+5=16$; $16+5=21$ ”; e sucessivamente. Nesse caso, as crianças indicaram como “repetição”, como “semelhança” e como “padrão” o procedimento matemático da adição, e não o valor 5.

Além disso, algumas crianças, em paralelo à narrativa matemática simbólica, produziram narrativas na forma de vocábulo escrito sobre a “regra” que encontraram. Uma delas anotou, ao lado de suas produções simbólicas, a informação “acrescenta cinco a cada figura”, conforme a ilustração 15. Já a criança da ilustração 14 escreveu que a regra era “aumenta de 5 em 5”, enquanto para a criança da ilustração 16 a regra foi “aumentou 5”.

Nesses registros, pode-se notar que as crianças identificaram outro padrão na relação entre o número de pontinhos e a posição da figura, além do procedimento da adição. Elas perceberam que o valor 5 era um valor constante que aumentava em cada sequência do valor total de pontinhos e, assim, registraram também esse valor como uma “regra” na questão solicitada pela professora.

As crianças identificaram que a expressão “encontre uma regra”, no Discurso matemático escolar dos anos iniciais, deve mobilizá-las para produzirem narrativas que discorram sobre “o que está se mantendo”, “o que está repetindo” na sequência da figura. Diferentemente da questão anterior, a produção da regra ocorreu com base no número de total de pontinhos de cada figura em ordem crescente e não mais com base no mediador visual, haja vista que os desenhos do “3” foram realizados até a figura 4.

Nessas produções, podemos notar que as crianças produziram narrativas matemáticas legítimas no campo do ensino da álgebra nos anos iniciais, em particular no que se refere à generalização, conforme delimita Ponte, Branco e Matos³⁴ e Radford³⁵, pois identificaram padrões e regularidades, ao citar o que se mantinha e o valor constante do aumento para cada figura.

Assim como Stephens e Blanton³⁶ abordam em situações como essas, as crianças estabelecem relações entre os números e as operações por meio de generalizações. Neste estudo, destacamos que na produção discursiva da tarefa, por exemplo nas ilustrações 15 e 16, foi desenvolvida uma argumentação matemática sobre o valor constante que estava se repetindo na operação. Vemos, nesta situação, uma produção discursiva com novas produções de aprendizagem pela criança, por meio da argumentação.

³⁴ PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa:ME-DGIDC, 2009.

³⁵ RADFORD, L. Some Reflections on teaching algebra through generalization. In.: Bednarz, N. Kieran, C; Lee, L. (Org.). *Approaches to algebra: perspectives for research and teaching*, pp 107- 111, London: Dordrecht, 1996

³⁶ STEPHENS, A.; BLANTON, M. Algebraic reasoning prekindergarten-grade 2. In: NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. *Reasoning and sense making in the mathematics classroom. Pre-K-Grade 2. More4u*. United States of America, 2015.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

Nos discursos das crianças trazidos neste trecho, podemos notar que elas encontraram duas metarregras relativas à solicitação da professora. De maneira predominante, as crianças identificaram que “o que estava se mantendo” era o procedimento da adição. Nos demais exemplos desta seção, agrupamos produções as quais indicaram que “o estava se mantendo” era a adição do valor 5 a cada figura da sequência. Todas as narrativas produzidas pelas crianças, pelo menos após a figura 4, foram realizadas por narrativas escritas não pictóricas, pois a produção do desenho “3” ocorreu somente até a figura 4.

7.3.2 Rotina matemática sobre elementos de variação no valor total de pontinhos

Nesta seção, agrupamos duas produções cujas metarregras corresponderam à elaboração de narrativas matemáticas sobre a variação sequencial entre as parcelas de uma expressão numérica. Para isso, as crianças recorreram à escrita de expressões numéricas. Vejamos as produções seguintes:

FIGURA	NÚMERO DE PONTINHOS	REGRA
1	6	$2 \times 3 = 6$
2	11	$6 + 5 = 11$
3	16	$11 + 5 = 16$
4	21	$16 + 5 = 21$
5	26	$21 + 5 = 26$
6	31	$26 + 5 = 31$
7	36	$31 + 5 = 36$
8	41	$36 + 5 = 41$
9	46	$41 + 5 = 46$
10	51	$46 + 5 = 51$

Ilustração 17 – Produção discursiva da criança 14

FIGURA	NÚMERO DE PONTINHOS	REGRA
1	6	$2 \times 3 = 6$
2	11	$3 \times 3 = 9 + 2 = 11$
3	16	$4 \times 3 = 12 + 4 = 16$
4	21	$5 \times 3 = 15 + 6 = 21$
5	26	$6 \times 3 = 18 + 8 = 26$
6	31	$7 \times 3 = 21 + 10 = 31$
7	36	$8 \times 3 = 24 + 12 = 36$
8	41	$9 \times 3 = 27 + 14 = 41$
9	46	$10 \times 3 = 30 + 16 = 46$
10	51	$11 \times 3 = 33 + 18 = 51$

Na ilustração 17, identificamos que as crianças produziram duas metarregras distintas. Na primeira para o encontro da “regra”, a criança, além de descrever a narrativa matemática sobre o procedimento da adição, registrou, também a expressão da “regra” sobre a expressão numérica que envolveu o procedimento matemático da multiplicação e da adição. Nesse caso, o que se “mantinha o mesmo”, “o padrão” visto pela criança foi a variação existente na expressão.

Ilustração 18 – Produção discursiva da criança 8

Isso porque, na primeira figura, a criança escreveu a expressão “ $2 \times 3 = 6$ ”; na segunda “ $3 \times 3 + 2 = 11$ ”; na terceira “ $4 \times 3 + 4 = 16$ ”; na quarta “ $5 \times 3 + 6 = 21$ ”; na quinta “ $6 \times 3 + 8 = 26$ ”; e, assim, sucessivamente. Assim, a criança criou uma expressão inicial que poderia ter regularidades em relação ao número total de pontinhos das figuras em sequência. Foi ela quem construiu narrativas que continham valores que se repetiam em cada expressão”, como por exemplo, o valor 3. Mas considerou também padrões que variavam.

Neste caso, a metarregra descrita na produção discursiva da criança correspondeu a acrescentar 1 ao valor da primeira parcela da expressão numérica anterior, multiplicar esse valor por 3 sempre e adicionar 2 à terceira parcela da expressão numérica anterior.

Dessa forma, podemos dizer que a criança encontrou a “regra” solicitada pela professora na tarefa, produzindo narrativas específicas do campo da álgebra nos anos iniciais, nesse caso, sobre regularidades em uma sequência numérica. Isso ocorreu porque ela identificou padrões, pois descreveu em símbolos matemáticos o que se repete, o que varia, que valor varia, em quais parcelas da expressão numérica e o quanto essas variações padronizadas resultavam no valor total, nesse caso, na quantidade total de pontinhos.

Semelhantemente à produção discursiva presente na ilustração 17, a criança, cujo registro foi feito na ilustração 18, também apresentou a “regra”,

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

utilizando procedimentos da adição e da multiplicação, mas com metarregras distintas da anterior. A partir da primeira regra “ $2 \times 3 = 6$ ”, a criança narra o procedimento da multiplicação por 3, cujo multiplicando deve sempre se modificar, adicionando o valor 1 ao multiplicando da expressão anterior. Depois, a criança aciona o procedimento da adição. O produto encontrado na multiplicação torna-se, então, a primeira parcela do procedimento da adição e a ele deve ser adicionado sempre 2 em relação ao valor da segunda parcela do procedimento da adição da figura anterior.

Em suma, a “regra” que indicou o total de pontinhos da segunda figura da atividade foi “ $3 \times 3 = 9 + 2 = 11$ ”; já da terceira figura foi “ $4 \times 3 = 12 + 4 = 16$ ”; da quarta “ $4 \times 3 = 12 + 6 = 21$ ”; e, assim, sucessivamente. Com isso, podemos dizer que a criança encontrou também a regra, mas o fez usando dois procedimentos. Ela descreve o que se mantém em cada procedimento e o que varia, ainda que tais variações sejam distintas. No primeiro procedimento, aumenta sempre 1 no multiplicando, mas 3 é um valor fixo. Já na adição, sempre se adiciona o valor final do produto à adição entre o valor 2 e o valor da segunda parcela da adição da expressão anterior. Assim, as crianças mobilizam aprendizagens no âmbito do sentido numérico e da generalização³⁷.

As narrativas matemáticas produzidas pela criança e sua metarregras nesse caso, apontam para o encontro de padrões de diferentes naturezas. Há padrão na estrutura do procedimento realizado pela criança, o qual poderia ser assim descrito: “primeiro multiplica e o resultado soma e depois dá um outro resultado, o qual corresponde ao total de pontinhos da figura correspondente”.

³⁷ PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. *Algebra no Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC, 2009. LINS, R, C; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

DOSSIÊ PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: NOVAS PERSPECTIVAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM

Embora essa metarregra indique que as crianças registraram a existência de um padrão no total de pontinhos na sequência dos desenhos, identificamos, por outro lado, que as narrativas matemáticas que contêm tais metarregras, ou seja, as narrativas matemáticas da terceira coluna da ilustração 18 ($3 \times 3 = 9 + 2 = 11$; $4 \times 3 = 12 + 4 = 16$, $5 \times 3 = 15 + 6 = 21$, e etc.) não são válidas no que tange ao uso do símbolo de igualdade para expressar equivalência no Discurso Matemático. Por exemplo, a criança registrou $4 \times 3 = 12 + 4 = 16$; todavia, 4×3 é igual a 12, mas não é igual a 16.

Ao considerarmos a compreensão desse símbolo com a ideia de equivalência, e não apenas para expressar o resultado de uma operação, inferimos a relevância de, em situações de produções de narrativas como essas, serem realizadas intervenções pelos professores, a fim de que as crianças percebam como poderiam produzir a escrita de forma diferente para registrar essa metarregra de forma legítima³⁸.

Também observou-se nas narrativas que ela conseguiu identificar variações constantes e valores fixos em ambos os procedimentos separadamente, o da multiplicação e da adição. Identificar padrões nesse nível de ensino não se encerra em ver o mesmo ou o que se repete, mas, sobretudo, notar nas variações constantes o que se mantém ou não, em qual parcela e como influi no valor da sequência em questão.

7.3.3 Rotina sobre a variação na configuração pictórica das figuras

Nesta seção, agrupamos duas produções cuja identificação da “regra” pelas crianças envolvem metarregras sobre a disposição do número de pontinhos/bolinhas existentes na sequência dos desenhos. Observemos a primeira conforme ilustração 19:

³⁸ BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). 3ª versão revista. Ministério da Educação (MEC). Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 2 out 2017.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

FIGURA	NÚMERO DE PONTINHOS	REGRA
1	6	Ficam 4 bolinhas no meio e 2 na horizontal
2	11	Ficam 6 bolinhas no meio e 5 na horizontal
3	16	Ficam 8 bolinhas no meio e 8 na horizontal
4	21	Ficam 10 bolinhas no meio e 11 na horizontal
5	26	Ficam 12 bolinhas no meio e 14 na horizontal
6	31	Ficam 14 bolinhas no meio e 17 na horizontal
7	36	Ficam 16 bolinhas no meio e 20 na horizontal
8	41	Ficam 18 bolinhas no meio e 23 na horizontal
9	46	Ficam 20 bolinhas no meio e 26 na horizontal
10	51	Ficam 22 bolinhas no meio e 29 na horizontal

Ilustração 19 –Produção discursiva da criança 19

Nas produções discursivas apresentadas na ilustração 19, a criança buscou identificar a “regra” produzindo narrativas matemáticas sobre a configuração pictórica do desenho “3”. Ela aponta ter encontrado variações constantes no desenho em sua estrutura horizontal e vertical. A partir do registro correspondente à terceira figura da tarefa podemos notar a existência de uma metarregra criada por ela sobre o que se estava mantendo ou variando. “Ficam 4 bolinhas no meio e 12 na horizontal”, afirma a criança sobre a terceira figura. Já sobre a figura 4 da tarefa, a criança descreveu “ficam 6 bolinhas no meio e 15 na horizontal”, sobre a quinta figura “ficam 8 bolinhas no meio e 18 na horizontal” e assim, sucessivamente. A seguir, apresentamos a tarefa completa da criança.

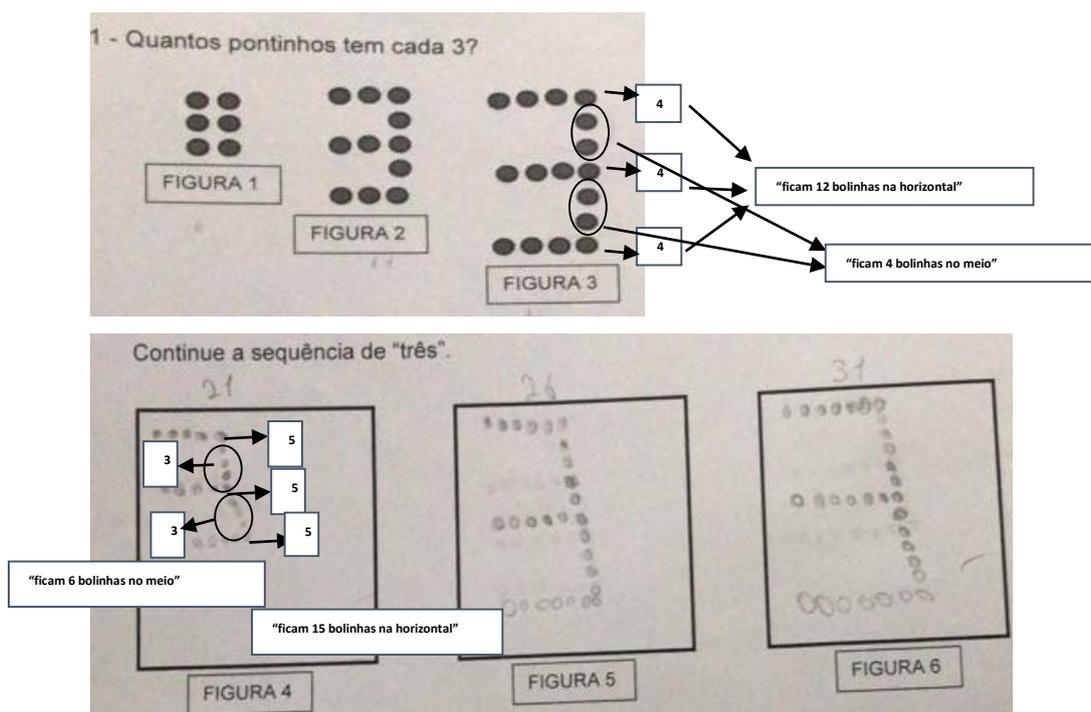


Ilustração 20 –Produção discursiva da criança 19

Muito embora a criança tenha produzido narrativas sobre padrões com base na estrutura espacial do desenho, a partir da figura 3 da tarefa, ela continua a produção de sua narrativa, apontando para a existência de um padrão na configuração sequencial do desenho do “3” – o padrão de adicionar 2 ao número de bolinhas “no meio” e adicionar 3 ao número de bolinhas “na horizontal” em relação as respectivas quantidades da figura anterior. Neste caso, também podemos identificar a generalização³⁹ realizada pela criança.

Assim, a criança optou por encontrar a “regra” descrevendo como metarregra a configuração pictórica da sequência “3” até a figura de posição 10, escolhendo como referência o total de bolinhas que estava variando no meio e o total de bolinhas que variavam nas narrativas pictóricas do “3”, conforme ilustração de número 20.

³⁹ RADFORD, L. Some Reflections on teaching algebra through generalization. In.: Bednarz, N. Kieran, C; Lee, L. (Org.). Approaches to algebra: perspectives for research and teaching, pp 107- 111, London: Dordrecht, 1996.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

A solicitação da professora para que a criança encontre uma “regra que permita relacionar o número de pontinhos de cada “três” com a posição que ocupa na sequência”, é um discurso cujas narrativas a serem acionadas podem, inclusive, deter-se na estrutura pictórica do desenho “três” e, além disso, em elementos que as crianças livremente podem analisar como estruturas variantes ou não.

A criança identificou o número total de pontinhos, como podemos perceber segunda coluna da tabela da ilustração 19 do texto, mas, quanto ao padrão, ela buscou encontrá-lo no desenho e na sua configuração. Essa escolha foi diferente das produções analisadas nas seções 7.3.1 e 7.3.2, nas quais as crianças produziram discurso sobre o total de pontinhos nas figuras e não sobre a estrutura espacial delas.

Observemos a segunda produção apresentada na ilustração 21.

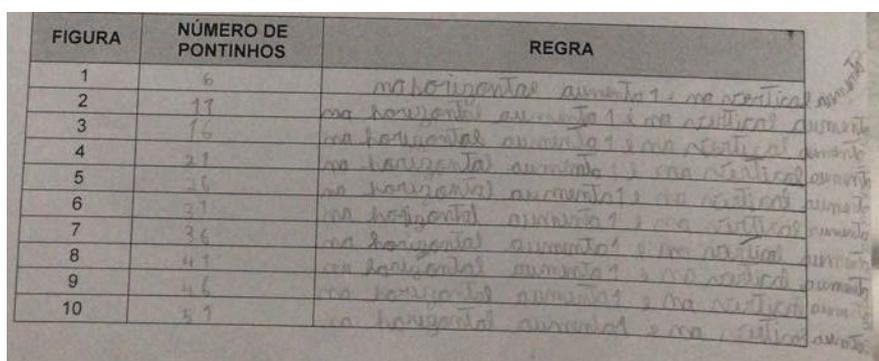


FIGURA	NÚMERO DE PONTINHOS	REGRA
1	6	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2
2	11	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2
3	16	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2
4	21	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2
5	26	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2
6	31	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2
7	36	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2
8	41	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2
9	46	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2
10	51	na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2

Ilustração 21 –Produção discursiva da criança 15

A criança recorreu ao desenho para narrar a “regra” presente na sequência visual e simbólica dos desenhos “3” até a posição de número 10. Ela identificou uma “regra” e diz ser a mesma para todas as figuras, pois discorre a seguinte metarregra em todas as linhas da tabela “na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2”.

Ainda que diante do discurso “encontre uma regra”, a criança tenha produzido narrativas sobre padrões e regularidades, tais narrativas não se

constituíram como legítimas ao Discurso Matemático. Isso porque os padrões que podemos encontrar na sequência das figuras, sejam eles narrados na forma simbólica como nas produções da seção 7.3.1 e 7.3.2 ($2 \times 3 = 6$, por exemplo) seja com referência ao desenho (6 pontinhos no meio), como na ilustração 20, possuem variações constantes e não são mesmos padrões para cada figura.

Tais variações mantêm sempre uma relação numérica ou pictórica entre a figura anterior e a figura em questão. Com isso, podemos dizer que identificar a existência de variações é uma das questões importantes para consolidação de competências no ensino da álgebra nos anos iniciais, mas não somente. As crianças precisam registrar o que se mantém e o que varia, observar relações, e o resultado delas, escolher elementos de variabilidade, etc., no conjunto da sequência como um todo e não de forma isolada, como concluiu a criança 15: “na horizontal aumenta 1 e na vertical aumenta 2” para cada figura da sequência.

7. Considerações finais

Os documentos curriculares nacionais brasileiros e internacionais preconizam o ensino da álgebra nos anos iniciais como uma ação importante para a consolidação de aprendizagens nesse campo; e, nos anos finais do período de escolarização, como generalizações e elaboração de modelos matemáticos, entre outros.

Para tanto, a álgebra nos anos iniciais possui a sua especificação no que tange aos objetivos de ensino, agrupados em um programa denominado de Early Algebra. Entre eles, destacamos o encontro de padrões, regularidades, generalizações, relações, reconhecimento de variabilidades e propriedade das operações.

Diante disso, autores⁴⁰ propõem tarefas a serem implementadas nesse período de escolarização, utilizando desenhos como fonte de produção de

⁴⁰ VALE, I.; PIMENTEL, T. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 98–124, 2013.

UM ZOOM NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

tais objetivos. Já Vale e Pimentel discorrem especificamente sobre a importância do “ver” no desenvolvimento das primeiras produções em álgebra pelas crianças.

Na tarefa analisada neste artigo, notamos que a produção concomitante de diferentes formas de comunicação (pictórica e simbólica) possibilitou uma rica produção discursiva pelas crianças sobre o encontro de uma “regra” solicitada pela professora.

A professora iniciou a tarefa com o discurso escrito “quantos pontinhos têm cada “3”, cuja resposta envolvia o “ver um desenho”, para “contar” elementos do “3” até a terceira figura. Assim, a professora recorreu ao desenho, uma produção peculiar ao universo infantil, para a produção de narrativas de contagem, juntamente com a percepção da configuração do desenho em sequência.

A segunda questão permitiu às crianças que, no ato de desenhar, percebessem e produzissem por elas mesmas as figuras com as regularidades já identificadas na primeira questão proposta. Com isso, as crianças produziram sequências, identificando suas regularidades e padrões, mas as fizeram elaborando narrativas pictóricas.

No que tange à terceira questão da tarefa, a professora pediu, então, que as crianças encontrassem uma “regra”, um “padrão” de relação entre o número de pontinhos da figura “três” e a sua posição. Para tanto, a professora apresentou uma tabela e não mais um espaço para desenhos. Esse mediador possibilitou às crianças a produção de narrativas matemáticas na forma de escrita e não mais pictóricas.

A escolha pelos os estudos de Sfard⁴¹ nos permitiu compreender as produções das crianças como constituídas *nos* e *pelos* discursos mobilizados

⁴¹ SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press, 2008.

na tarefa e não em elementos para além dela, nas estruturas cognitivas por exemplo. A análise das metarregras presente nessas produções nos possibilitou ter um *zoom* sobre quais narrativas as crianças constroem em tarefas de *Early Algebra*.

Em particular, quando o discurso foi – encontre o “padrão” – as crianças evidenciaram ter identificado padrões em diferentes aspectos da situação proposta pela professora. Um dos padrões predominantemente visto nas produções das crianças compreendeu a identificação da “regra” como o procedimento da adição. O padrão registrado pelas crianças pode ser um procedimento matemático correspondente às relações encontradas nas imagens em determinada sequência.

Em outras produções, as crianças escreveram “adiciona 5 em cada figura”. Nesse caso, a “regra” notada por elas recaiu sobre os aspectos que estavam se repetindo na sequência analisada, em particular em um elemento do procedimento da adição que se repetia na operação.

Também analisamos narrativas cuja regra foi a própria expressão numérica, a qual foi indicativa da observação pelas crianças, da existência de variações e relações entre o número total de pontinhos de cada figura e a sua posição. Nesse caso, a regra descrita evidenciou padrões tanto na variação como na repetição. São exemplos as expressões numéricas ($2 \times 3 = 6$; $3 \times 3 + 2 = 11$; $4 \times 3 + 4 = 16$; $5 \times 3 + 6 = 21$, entre outras).

Existiram produções cujas análises apontaram para o caráter imprevisível em relação a que elementos de uma narrativa sequencial pictórica e/ou simbólica as crianças buscarão e identificarão padrões. No exemplo da ilustração de número 21, a criança identificou padrões na configuração pictórica, em particular no total de linhas na horizontal e algumas linhas no meio do desenho “três”.

O *zoom* realizado pela busca das metarregras relativas às narrativas matemáticas produzidas pelas crianças permite ampliar a compreensão do professor sobre como seu discurso matemático, tanto na produção da tarefa

UM *ZOOM* NAS PRODUÇÕES DISCURSIVAS EM TAREFAS DE *EARLY ALGEBRA* DE CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

| Ana Virginia de Almeida Luna

| Elizabeth Gomes Souza

| Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti

como no encaminhamento delas em sala de aula, molda a produção discursiva das crianças em álgebra.

Em *zoom*, identificamos que as aprendizagens das crianças em álgebra tiveram grande abrangência, incluindo o campo da generalização, no qual as crianças registraram o que se repetia fixamente na sequência e o que se repetia na variação dela.

Em *zoom*, vimos que os padrões encontrados pelas crianças podem envolver diversas configurações discursivas, as quais podem ser imprevisíveis ao professor e tão pouco previstas na literatura.

Em *zoom*, notamos que a ordem dos discursos presente na tarefa potencializa produção discursiva legítima em *Early Algebra*. A questão 1 envolveu a contagem sobre o desenho em sequência. Já a questão 2 gerou a produção pictórica pelas crianças das regularidades encontradas nesses desenhos e, por fim, a questão 3 gerou a produção de narrativas escritas baseadas nos desenhos da questão 2, mas já em nível simbólico. Essas etapas consolidaram e enviesaram as produções das crianças.

Também em *zoom*, percebemos muitas criações do universo infantil geradas pela tarefa elaborada pela professora que escolheu esse universo para gerar discursos matemáticos em *Early Algebra*. Tais criações fazem da *Early Algebra* um campo de pesquisas, práticas e experiências aberto a potencialidades infantis.

Recebido em: 21/11/2017

Aprovado em: 31/03/2018