

MTSK e discurso matemático: aproximações referentes ao conhecimento matemático

Brenda Reche Graff¹

Miguel Ribeiro²

Resumo: O *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* discute o conhecimento específico e especializado do professor de matemática envolvido na sua prática especializada de possibilitar que os alunos pensem matematicamente e entendam. Já o discurso matemático compreende a aprendizagem matemática como a aquisição de um tipo específico de discurso. Nesse artigo é feita uma revisão teórica que aponta correspondências entre os subdomínios do *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* com as categorias do discurso matemático com o intuito de conceitualizar e implementar formações que permitam melhorar o discurso matemático e, em consequência, a qualidade das aprendizagens matemáticas. Devido as similaridades encontradas, outras pesquisas estão sendo desenvolvidas com o objetivo de validar o que já foi discutido, além de buscar outras possíveis aproximações.

Palavras-chave: Conhecimento especializado, Comognição, aproximações entre discurso matemático e MTSK.

MTSK and mathematical discourse: mathematical intertwines

Abstract: The Mathematics Teacher's Specialized Knowledge focus on mathematics teachers specific and specialized knowledge required for the practice of promoting students mathematical thinking and understanding. Mathematical discourse perceives mathematical learning as the acquisition of a specific type of discourse. In this paper, a theoretical review is carried out pointing correspondences between the subdomains of the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge with the categories of mathematical discourse with the aim of conceptualizing and implementing teacher education programs allowing to improve mathematical discourse and, consequently, the quality of mathematical learning. Due to the similarities found, other research is being developed with the aim of validating what has already been discussed, in addition to seeking other possible approaches.

Keyword: Specialized Knowledge, commognition, intertwines between mathematical discourse and MTSK.

¹ Mestre em Educação matemática e doutoranda de Ensino em Matemática pelo Programa de Pós-Graduação Multi-Unidades em Ensino de Ciências e Matemática (PECIM) na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp).

² Professor Doutor da Faculdade de Educação (FE) da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp).

Introdução

Na literatura sobre a formação de professores de matemática existem diversas discussões acerca do conhecimento que o professor necessita deter para ensinar. Existem elementos nucleares comuns entre esses trabalhos, que se referem a considerar que para promover a aprendizagem dos alunos, os professores necessitam de um conhecimento profundo sobre os tópicos matemáticos a serem ensinados, já que o conhecimento dos professores influencia diretamente na aprendizagem dos alunos, e que o conhecimento especializado que o professor detém necessita de um maior nível de profundidade e estruturação do que aquele que os alunos irão desenvolver³.

É essencial um entendimento amplo do conhecimento do professor no contexto de diferentes tópicos matemáticos, para que seja possível discutir e propor formas de melhorar a formação, a prática dos professores e o ensino e a aprendizagem. Essas discussões se sustentam nas diversas conceitualizações focando o conhecimento do professor que surgiram a partir dos trabalhos de Shulman e colegas, efetuando uma especificação para a área da matemática, pois o trabalho de Shulman não considera nenhuma área de conhecimento, não contribuindo, portanto, para um foco nas especificidades da prática profissional do professor de cada área de conhecimento. Como exemplos dessas conceitualizações temos o *Knowledge Quartet* – KQ; o *Mathematical Knowledge*

³ BALL, D.; THAMES, M.; PHELPS, G. Conhecimento de conteúdo para ensino: O que o torna especial? *Revista de formação de professores*, v. 59, n. 5, pág. 389-407, 2008.

BAUMERT, J. et al. Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom and Student Progress. *American Educational Research Journal*, v. 47, n. 1, p. 133–180, 2010.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

CHARALAMBOUS, C.; PITTA-PANTAZI, D. Drawing on a Theoretical Model to Study Students' Understandings of Fractions. *Educational Studies in Mathematics*, v. 64, n. 3, p. 293, 2006

LIÑAN, M. M.; CONTRERAS, L. C.; BARRERA, V. Conocimiento de los temas (KoT). Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva, p. 12-20, 2016.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. How large are teacher effects? Educational evaluation and policy analysis. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, v. 26, n. 3, p. 237–257, 2004.

Rowland, T.; Martyn, S.; Barber, P.; Heal, C. Conhecimento de matemática e desempenho em sala de aula de professores primários estagiários. *Pesquisa em Educação Matemática*, v. 2 n.1, p. 3– 18, 2000.

ZAKARYAN, D.; RIBEIRO, M. Mathematics teachers' specialized knowledge: a secondary teacher's knowledge of rational numbers. *Research in Mathematics Education*, v. 21, n. 1, p. 25-42, 2018.

for Teaching – MKT e o *Mathematics Teacher's Specialized knowledge* – MTSK⁴.

Dentre a diversidade de conceitualizações focando o conhecimento do professor de matemática, por assumirmos a prática do professor como sendo especializada e que, portanto, o seu conhecimento terá de ser especializado, para cada tópico, tanto no âmbito do conhecimento matemático quanto do conhecimento pedagógico, consideramos a conceitualização do MTSK que parte do pressuposto de que para desempenhar seu papel, o professor necessita de um conhecimento específico e especializado nos domínios matemático e pedagógico. Cada um desses domínios do conhecimento é composto por três subdomínios, sendo que o elemento central transversal a todos eles é o considerar que, como professor de matemática, esse conhecimento se refere a cada tópico matemático e como ensiná-lo.

Outra perspectiva de pesquisa que tem sido desenvolvida assume a matemática como um tipo de discurso, sendo o pensamento entendido como um tipo de comunicação (*communication*), pois é possível entendê-lo como a comunicação de uma pessoa consigo mesma. Assim, o nosso pensamento é claramente um esforço dialógico, em que informamos nós mesmos, discutimos, fazemos perguntas e esperamos por nossas próprias respostas. Portanto, embora pensar seja uma atividade individual, o seu desenvolvimento parte de atividades coletivas e pode ser compreendido como uma atividade individualizada da comunicação⁵.

Nesse sentido, a divisão tradicional entre pensar e comunicar se torna insustentável. A inseparabilidade de pensamento e sua expressão está baseada nos escritos filosóficos de Wittgenstein e nas reflexões psicológicas de Vygotsky. Wittgenstein rejeitou veementemente a visão do pensamento como um “processo incorpóreo que empresta vida e sentido ao falar e que seria possível

⁴ FERREIRA, M.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. Conhecimento matemático para ensinar álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Zetetiké*, Campinas, SP, v.25, n. 3, p.496-514, set./dez. 2017.

⁴ SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

Optamos por manter a nomenclatura das conceitualizações em inglês, pois esta é uma conceitualização do conhecimento do professor reconhecida internacionalmente, e a tradução desvirtuaria não apenas o sentido, mas, essencialmente, o conteúdo de cada um dos subdomínios que compõem o modelo que a representa.

⁵SFARD, A. Learning, commognition and mathematics. *The Sage handbook of learning*, p. 129-138, 2015.

SFARD, A. On the need for theory of mathematics learning and the promise of ‘commognition’. *The philosophy of mathematics education today*, p. 219-228, 2018.

desvincular do falar”. Isso implica que o pensamento deve, também, ter um predecessor de desenvolvimento na forma de alguma atividade historicamente estabelecida e implementada coletivamente. As ideias participacionistas sobre o desenvolvimento professado por Vygotsky resultam na equação pensamento humano sendo igual a comunicação, como um corolário natural e inevitável⁶.

A partir desse corolário é que surge o neologismo *commogniton*, cunhado a partir das palavras *communication* e *cognition*, fundamentado na suposição de que comunicar-se com os outros e pensar pertencem a uma mesma categoria ontológica. Isso nos mostra que, apesar das diferenças na visibilidade dessas duas atividades, podemos usar um único conjunto de ferramentas para investigá-los⁷.

Considerando a centralidade do conhecimento e do discurso matemático na e para uma prática matemática que possibilite fazer o que ainda não foi feito (que os alunos entendam matemática e, em consequência, melhorem os seus resultados) e a forma imbricada como consideramos a pesquisa, formação e prática matemática do professor no trabalho que desenvolvemos no CIEspMat (grupo de pesquisa e formação acerca do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de Matemática), uma das linhas de trabalho que se considera na agenda de pesquisa delineada assume a necessidade de que na pesquisa se discutam aproximações especializadas entre a conceitualização do MTSK e a teoria do discurso matemático de forma a que possamos conceitualizar e implementar formações que permitam melhorar o discurso matemático e, em consequência, a qualidade das discussões matemáticas e das aprendizagens matemáticas dos alunos, também, a médio e longo prazo. Com esse intuito, neste *paper*, efetuamos uma discussão teórica que inicia essa aproximação para alguns dos subdomínios do MTSK e os correspondentes elementos do discurso matemático e, para irmos além, ilustramos com alguns exemplos do tópico decomposição dos números naturais.

⁶ COLE, M. *Cultural psychology: A once and future discipline*. Harvard university press, 1996.

SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

VYGOTSKY, L. Thinking, and speech. *The collected works of LS Vygotsky*, v. 1, p. 39-285, 1987.

WITTGENSTEIN, L. *Investigações filosóficas*. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

⁷ SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

Tal tópico é utilizado com frequência nas aulas de matemática em discussões que envolvem as propriedades de um número, sequências, Sistema de Numeração Decimal, Pensamento Algébrico, dentre outros. O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) aponta como um tópico de fundamental importância para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico desde os Anos Iniciais. Já na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a decomposição é citada no âmbito da Álgebra associada ao Pensamento Computacional, e tem habilidades e competências ligadas ao tema Números do 1.º ano – Anos iniciais até o 6.º ano – Anos Finais⁸.

Quanto a esse tópico, diversas são as dificuldades apresentadas pelos alunos na busca pela compreensão do valor posicional do algarismo e das diferentes ordens e classes em um número. Uma das dificuldades associadas a decomposição por exemplo, é a falta de compreensão da diferença entre a posição do algarismo nas dezenas e a quantidade de dezenas que tem o número. Os alunos demonstram dificuldades, ainda, em entender o porquê que ao efetuar a decomposição de um número é mais comum ser utilizado as unidades e dezenas em múltiplos de 10. Os professores, também, possuem dificuldades com a posicionalidade do Sistema de Numeração Decimal e com as relações existentes entre posição e formação do número e, por esse motivo, acabam ensinando o tópico de forma tradicional separando o número por casinhas para efetuar as operações básicas⁹.

Por isso, tanto alunos como professores devem ser levados, então, a reconhecer que existem representações para um número que são mais úteis do que outras e que podem ser apresentados de várias formas e ser pensado e manipulado de diferentes maneiras. Por isso, a decomposição é considerada

⁸ CEBOLA, G. Do número ao sentido do número. Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores. Lisboa: *Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação*, p. 223-239, 2002.

⁹ CURTI, E. Sistema de Numeração Decimal: uso cotidiano e aprendizagens escolares. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática-CIAEM, 13., 26 a 30 de junho, Recife. Anais. Mídia eletrônica.2011.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA A. *Da coleta de informação à construção de pictogramas – desenvolvendo o pensamento algébrico*. 1 ed. Campinas: Cognoscere, 2022.

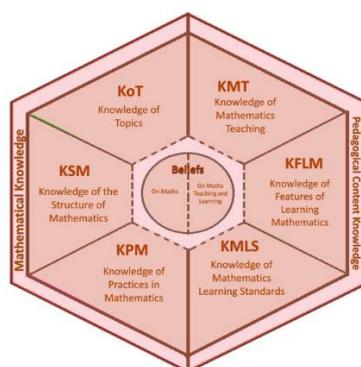
SILVA, S. *Formação continuada na HTPC: refletindo sobre o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado) Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo. 2009.

como uma maneira de pensar os números em termos de suas partes componentes. Essas partes podem ser compreendidas, resolvidas, desenvolvidas e avaliadas separadamente. Isso faz com que problemas complexos se tornem mais fáceis de resolver, sendo uma poderosa técnica para a resolução de problemas matemáticos.

Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK)

A conceitualização do *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – MTSK considera dois domínios de conhecimento: o *Mathematical Knowledge* (MK) e o *Pedagogical Content Knowledge* (PCK). O MK refere-se ao conhecimento matemático e possui três subdomínios: *Knowledge of Topics* (KoT), *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e *Knowledge of Practices in Mathematics* (KPM). O PCK está relacionado ao conhecimento relativo ao conteúdo matemático em termos pedagógicos e, também, está dividido em três subdomínios: *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT), *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM) e *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS). Inclui-se, ainda, um domínio de *beliefs*, que se refere ao conjunto de crenças sobre a matemática e seu ensino e aprendizagem (Figura 1).

Figura 1: Modelo MTSK



Fonte: Carrillo et al., (2018, p. 241)

O domínio *Mathematical Knowledge* (MK) se refere ao conhecimento de como fazer e criar matemática, além de refletir a importância de o professor ter uma visão da matemática como um corpo coerente de conhecimento. O *Knowledge of Topics* (KoT), refere-se ao conhecimento matemático do professor relativo ao que e como conhece cada um dos tópicos, incluindo, inclusive, um Espaço Plural • Vol.20 • Nº41 • 2ºSemestre 2024 • p.105-128 • ISSN1981-478X

conhecimento mais profundo de o que se espera que os alunos aprendam e com um grau maior de formalismo matemático. Nesse subdomínio incluem-se as categorias: (i) Procedimentos (ii) Definições, Propriedades e Fundamentos (iii) Registros de representação (iv) Fenomenologia e suas aplicações.

Na categoria (ii), por exemplo, temos as definições como o conhecimento do conjunto de propriedades apropriadas que caracterizam um objeto matemático. Inclui conhecer que a decomposição representa um mesmo número de diferentes formas, todas elas equivalentes, com o intuito de reconhecer como esta nova notação facilita a operação com os números recompostos. Já as propriedades são as relações existentes entre elementos ou subconjuntos de elementos de um conjunto, que são instanciadas em situações particulares e envolvem conhecer que o valor posicional do algarismo é obtido via multiplicação, é o caso, por exemplo, da ordem das centenas que tem seu valor definido multiplicando por 100, sendo, também, aditivo pois o valor total é obtido a partir de uma adição, como $234 = 200 + 30 + 4$. Por fim, os fundamentos são responsáveis por conectar conceitos e construtos matemáticos. Ou seja, são responsáveis pela criação de elementos unificadores de tais construtos e conceitos, resultando assim, no conhecimento matemático. Para o tópico decomposição dos números naturais inclui conhecer que a posição do algarismo cumpre uma função relevante no Sistema de Numeração Decimal por ser posicional, já que o valor que um algarismo representa depende da posição em que ele está localizado¹⁰.

Temos, também, a categoria (iii) que contempla o conhecimento das diferentes formas pelas quais um conceito, processo ou procedimento pode ser representado. Logo, é o conhecimento dos diferentes registros nos quais um tópico pode ser representado, dentre eles: gráfico, algébrico, aritmético, pictográfico ou através da linguagem natural. Vale destacar que o vocabulário

¹⁰ CEBOLA, G. Do número ao sentido do número. Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores. Lisboa: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, p. 223-239, 2002

LIÑAN, M. M.; CONTRERAS, L. C.; BARRERA, V. Conocimiento de los temas (KoT). Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva, p. 12-20, 2016.

MASON, J.; STEPHENS, M.; WATSON, A. Appreciating Mathematical Structure for All. *Mathematics Education Research Journal*, v. 21, n. 2, p. 10-32, 2009.

ZAKARYAN, D.; RIBEIRO, M. Mathematics teachers' specialized knowledge: a secondary teacher's knowledge of rational numbers. *Research in Mathematics Education*, v. 21, n. 1, p. 25-42, 2018.

matemático também está incluído nessa categoria do KoT. No tópico decomposição dos números naturais inclui conhecer a representação pictórica e numérica e a representação escrita, ou seja, escrever o número por extenso. No caso da representação numérica, um número pode ser decomposto via multiplicação ou adição como por exemplo: $2 \times 100 + 1 \times 10 + 3 \times 1$ ou $200 + 10 + 3$. É necessário, também, desenvolver nos alunos o entendimento de que existe uma relação entre a decomposição numérica e a estrutura adequada para efetuar a contagem de elementos que estão em uma representação pictórica, sendo essa representação feita por meio de pontos, figuras diversas e outras formas que contribuam para a contagem¹¹.

O *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) se refere ao conhecimento do professor relativo à estrutura da matemática e inclui um conhecimento amplo e profundo sobre um tópico e estabelece relações apenas entre tópicos distintos, as chamadas conexões interconceituais. Consideram-se quatro categorias: (i) conexões de complexificação (ii) conexões de simplificação, (iii) conexões transversais e (iv) conexões auxiliares. No caso do tópico decomposição dos números naturais, refere-se a conhecer, por exemplo, que a decomposição numérica é uma forma de efetuar a contagem de elementos que estão em uma representação pictórica; permitindo conhecer a multiplicidade de formas que a estrutura matemática de um mesmo conjunto de elementos pode assumir, entendendo o que se mantém e o que se altera. Isso permite que os alunos, posteriormente, entendam as regularidades, padrões, sequências e

¹¹ ANDRÉ, T. O sistema de numeração decimal no ensino inicial de matemática: contribuições do ábaco e do material dourado. *Ideação*, v. 11, n. 1, p. 99-110, 2009.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

DUVAL, R. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang, 1995.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. *O sistema de numeração: um problema didático*. In: PARRA, C; SAIZ, I. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1996.

LIÑAN, M. M.; CONTRERAS, L. C.; BARRERA, V. Conocimiento de los temas (KoT). Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. *Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*, p. 12-20, 2016.

PONTE, J; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no ensino básico*. 2009.

RIBEIRO, M. *Pensar Matematicamente envolvendo diferentes formas de ver e de contar e as conexões com o Pensamento Algébrico*. Campinas, SP: Cognoscere, 2021, v. 4, p. 60.

as diferenças entre cada um desses elementos, bem como efetuem generalizações próximas e longínquas¹².

O *Knowledge of Practices in Mathematics* (KPM) refere-se ao conhecimento do professor acerca das formas de demonstrar, justificar, definir, fazer deduções e induções, dar exemplos e compreender os contraexemplos. Engloba, também, entender a prática matemática situando-se no contexto profissional do professor, o uso da linguagem matemática formal, processos associados à resolução de problemas matemáticos, à capacidade de priorizar e planejar caminhos para solucioná-los, além de gerar definições sob certas condições a partir do conteúdo matemático que está sendo ensinado. Um exemplo é conhecer que a decomposição dos números naturais estabelece diversas relações com base na compreensão das operações (por exemplo, $23+11+9 = 23+ 20$; $39-17 = 39-10- 7$; $17-8 =17-10+ 2$) que devem ser validadas para todos os números, procurando exemplos e até mesmo contra-exemplos¹³.

Considerando o Conhecimento Pedagógico (PCK) muitas pesquisas têm sido desenvolvidas, em grande parte devido à sua definição como conhecimento do professor específico para ensinar o conteúdo e seu status amplamente aceito como a base necessária para um ensino eficaz. No contexto do MTSK o foco específico do PCK está relacionado à própria matemática e não inclui conhecimentos pedagógicos gerais aplicados a contextos matemáticos, mas, somente, o conhecimento pedagógico em que o conteúdo matemático determina o ensino e a aprendizagem que ocorre.

¹² CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

¹² RIBEIRO, M. *Pensar Matematicamente envolvendo diferentes formas de ver e de contar e as conexões com o Pensamento Algébrico*. Campinas, SP: Cognoscere, 2021, v. 4, p. 60.

¹³ CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

DA PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. Álgebra no Ensino Básico. *Portugal: Ministério da Educação-BGIdc*, p. 92-115, 2009.

FLORES-MEDRANO, E.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A. Profundizando en el Conocimiento de la Práctica Matemática. *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*, p. 38-47, 2017.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA A. *Da coleta de informação à construção de pictogramas – desenvolvendo o pensamento algébrico*. 1 ed. Campinas: Cognoscere, 2022.

O *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT) inclui o conhecimento do professor intrinsecamente ligado ao ensino de cada tópico, exclui aspectos do conhecimento pedagógico geral que são comuns as práticas profissionais do professor de qualquer área de conhecimento e pode ser baseado na literatura da Educação Matemática, na própria experiência como professor e em experiências anteriores. Nesse subdomínio incorpora-se o conhecimento do professor relativo as tarefas, estratégias recursos, materiais didáticos e técnicas de ensino de cada tópico matemático, bem como eventuais limitações e obstáculos que possam surgir. No tópico decomposição dos números naturais inclui, por exemplo, conhecer que o ábaco é um dos recursos que podem ser utilizados para desenvolver o entendimento do valor posicional e da decomposição dos números em ordens e classes; conhecer que no ábaco deveremos explorar a representação de distintas quantidades para que os alunos consigam entender o que é o valor posicional de um algarismo¹⁴.

O *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM) é um subdomínio do PCK e engloba conhecimentos associados a características inerentes à aprendizagem matemática e que deposita o foco no conteúdo matemático e não no aluno. Inclui-se neste subdomínio o conhecimento do professor acerca da aprendizagem e busca entender o desenvolvimento cognitivo dos alunos em relação a matemática geral e a seus conteúdos específicos. Um exemplo associado ao tópico decomposição dos números naturais envolve conhecer que os alunos apresentam dificuldade em entender o porquê de ao efetuar a decomposição de um número é, geralmente, utilizado as unidades e dezenas em múltiplos de 10¹⁵.

O *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS) refere-se ao conhecimento do professor relativo aos tópicos matemáticos a serem ensinados em qualquer nível educativo, bem como, o conhecimento trazido pelo professor para decidir quais tópicos usar para desenvolver habilidades apontadas como

¹⁴ RIBEIRO, M. *Pensar Matematicamente envolvendo diferentes formas de ver e de contar e as conexões com o Pensamento Algébrico*. Campinas, SP: Cognoscere, 2021, v. 4, p. 60.

¹⁵ CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

RIBEIRO, M. *Pensar Matematicamente envolvendo diferentes formas de ver e de contar e as conexões com o Pensamento Algébrico*. Campinas, SP: Cognoscere, 2021, v. 4, p. 60.

essenciais nas especificações curriculares. O subdomínio está associado ao conhecimento do professor acerca das características de aprendizagem do conteúdo matemático, envolvendo as formas de aprendizagem e as dificuldades associadas à aprendizagem; além de englobar o conhecimento sobre os erros, os obstáculos e as dificuldades associados à matemática geral. Tais fontes, inclusive, muitas vezes delimitam o trabalho do professor. Inclui, também, o conhecimento do professor acerca de tudo o que o aluno deve ou é capaz de alcançar em um determinado nível, em combinação com o que o aluno estudou anteriormente e as especificações para os níveis subsequentes. No tópico decomposição dos números naturais inclui conhecer que, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o tópico deve ser abordado no 1.º ano dos Anos Iniciais, iniciando com decomposição de números de apenas duas ordens e, a cada ano, aumentar o grau de complexidade. Já nos Anos Finais, o tópico volta aparecer no 6.º ano ao ser discutido o Sistema de Numeração Decimal, entretanto, nessa fase escolar já é incluso, também, a decomposição de números racionais¹⁶.

Discurso Matemático

O pensamento participacionista de remover a divisão ontológica entre aprendizagem individual e desenvolvimento histórico constitui o fundamento da visão cognitiva que se interessa em uma mudança sócio-histórica da construção do conhecimento, sendo tal abordagem, talvez, a única que se baseia na reivindicação explícita da unidade de pensamento e comunicação. Por isso, Pensar matematicamente significa participar de um discurso historicamente desenvolvido conhecido como matemático. Aqui, discurso é definido como diferentes formas de comunicação que possibilitam que indivíduos de um mesmo grupo social se conhecerem e interajam entre si. Como Sfard classifica os

¹⁶ Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*. 4. Ed. Brasília: Mec, 2018.
CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E;
ESCUADERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.;
RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK)
model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.
SANTOS, L.; CAI, J. Currículo e avaliação. In: *Segundo manual de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática*. Brilho, 2016. pág. 151-185. 2016.

discursos com base nos objetos e na sua natureza, entende-se que a ideia de discurso se limita a uma produção comunicativa oral e escrita¹⁷.

O termo discurso, para Sfard, se aplica a uma forma de comunicação diferenciada por um conjunto de quatro características interrelacionadas: o (i) uso de palavras; seus (ii) mediadores visuais; suas (iii) narrativas e as (iv) rotinas distintas.

(i) Uso de palavras

São as palavras-chave e o modo como são utilizadas que permitem a comunicação sobre um determinado objeto. São usadas e relacionadas a partir da perspectiva de como o sujeito se insere em um tipo de discurso. No discurso matemático, geralmente, se referem a formas ou números. O uso de palavras é uma questão muito importante já que é responsável pelo que o usuário é capaz de dizer sobre e, portanto, ver no mundo. No âmbito da decomposição dos números naturais, exemplos de palavras-chave utilizadas ao falar acerca do tópico são: centena, unidade, dezena, valor posicional, algarismo, ordem, dentre outros. Além disso, os próprios números escritos por extenso também são considerados palavras-chave.

(ii) Mediadores Visuais

Os mediadores visuais são símbolos que fazem parte do processo de comunicação, e quando bem manejados permitem que o sujeito seja capaz de entender propriedades e relacionar fundamentos e definições. Temos como exemplo os símbolos especiais utilizados no lugar de palavras ou sentenças verbais. É válido destacar que o sucesso na comunicação matemática está intimamente ligado a forma como os participantes do discurso fazem uso do

¹⁷ FOUCAULT, M. *The Archaeology of Knowledge and the Discourse on Language*. Trans. AM Sheridan Smith. New York: Pantheon, 1972.

LERMAN, S. Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, v. 46, p. 87-113, 2001.

LYOTARD, J. *The postmodern condition: A report on knowledge*. U of Minnesota Press, 1979.

RORTY, R. *Philosophy and the Mirror of Nature*. Princeton university press, 1979.

SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

SOUZA, E.; BARBOSA, J. Contribuições teóricas sobre aprendizagem matemática na modelagem matemática. *Zetetike*, Campinas, SP, v. 22, n. 1, p. 31–58, 2014.

mesmo repertório de palavras e mediadores visuais. Os mediadores visuais do discurso matemático podem ser representados por meio de numerais, símbolos algébricos e gráficos, por exemplo. Acerca da decomposição dos números naturais, os números em formato de algarismo, os sinais das operações e as expressões numéricas associadas a decomposição são mediadores visuais, por exemplo:

$$\begin{aligned} 264 &= 5 \times 10 + 2 \times 20 + 6 \times 7 + 6 \times 7 + 2 \times 20 + 5 \times 10 \\ &= 2 \times (5 \times 10) + 2 \times (2 \times 20) + 2 \times (6 \times 7) \\ &= 2 \times ((5 \times 10) + (2 \times 20) + (6 \times 7)) \end{aligned}$$

(iii) Narrativas

As narrativas podem ser descritas como sequências verbais que se referem a objetos do discurso, que estão sujeitas a aprovação ou rejeição, desde que bem fundamentadas segundo as normativas do discurso em que é produzida. A sua produção e uso perpassam pelo uso de mediadores visuais e palavras para criar ou até mesmo lembrarem narrativas. Narrativas endossadas são consideradas, em consenso, como verdadeiras. Os termos e critérios de validação de uma narrativa variam de discurso para discurso, e os participantes do discurso podem ter peso significativo para a validação ou não. No discurso matemático, narrativas consensualmente endossadas são conhecidas como teorias matemáticas e incluem constructos discursivos como definições, provas, teoremas, propriedades de um objeto, dentre outros. No âmbito dos números naturais envolvem as definições, propriedade e fundamentos, como é o caso de conhecer que a posição do algarismo cumpre uma função relevante no Sistema de Numeração Decimal por ser posicional, já que o valor que um algarismo representa depende da posição em que ele está localizado¹⁸.

(iv) Rotinas

As rotinas são padrões repetitivos característicos de um discurso que fazem uso de palavras e de mediadores visuais para criar narrativas de acordo com suas

¹⁸ LERNER, D.; SADOVSKY, P. *O sistema de numeração: um problema didático*. In: PARRA, C; SAIZ, I. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1996.
Espaço Plural • Vol.20 • Nº41 • 2ºSemestre 2024 • p.105-128 • ISSN1981-478X

necessidades discursivas. Especificamente no discurso matemático as regularidades podem ser notadas a partir do uso de palavras e mediadores visuais usados no processo de criação de narrativas sobre números ou figuras geométricas, por exemplo. Na verdade, esses padrões repetitivos podem ser vistos em quase todos os aspectos dos discursos matemáticos: nas formas matemáticas de categorização, nas formas de ver as situações como iguais ou diferentes, o que é crucial para a compreensão dos interlocutores. As rotinas matemáticas incluem os procedimentos heurísticos que ajudam a definir ou fundamentar um objeto matemático e são definidas em três tipos: atos, rituais e explorações. Quanto ao tópico decomposição dos números naturais, uma rotina de exploração é demonstrar diferentes formas de decomposição de um mesmo número ou apontar definições acerca do tópico.

Aproximações entre o discurso matemático e o MTSK

Considerando que de entre os fatores controláveis, aquele que mais impacta nos resultados dos alunos é o conhecimento do professor, uma das opções que se mostra potente ao pensarmos na melhoria da qualidade das aprendizagens dos alunos é direcionar o foco da formação para o desenvolvimento do conhecimento dos professores. O MTSK considera diferentes dimensões do conhecimento do professor e se torna uma conceitualização poderosa para o efeito. Já na pesquisa sob a perspectiva comognitiva é realizada a análise do discurso individual e do discurso coletivo que é produzido no meio social em que os indivíduos participantes de um determinado discurso estão inseridos. Ao professor cabe conhecer estratégias discursivas que contribuam para a promoção do desenvolvimento de ideias e de pensamentos matemáticos. Dessa forma, é aberta a possibilidade de uma análise detalhada da comunicação e das formas de participação¹⁹.

¹⁹ ALMEIDA, A.; RIBEIRO, M. Potencialidades de uma tarefa para promover o conhecimento especializado do professor no tópico frações. *Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP*, São Paulo, v. 3, p. 1-18, 2021.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A. R. DE; MELLONE, M. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 14, n. 35, p. 1-32, 2021.

Atualmente, as pesquisas que têm sido desenvolvidas usando a lente teórica do MTSK e as que se baseiam na teoria comognitiva são essencialmente qualitativas. No caso de pesquisas enraizadas na comognição temos como principal fonte de informação o discurso por meio da oralidade ou da escrita, questionários também podem ser usados para uma análise mais completa. No MTSK, o conhecimento especializado do professor de matemática tem sido explorado a partir de uma abordagem interpretativa para que seja possível analisar o conhecimento revelado com profundidade, promovendo uma reflexão sobre a prática de um ponto de vista mais de compreensão do que de avaliação²⁰.

O MTSK busca obter *insights* sobre o conhecimento do professor, dos elementos que vão compor esse conhecimento e as interações entre eles. É voltado, para o estudo do conhecimento que o professor põe em uso. Na comognição, a construção dos pensamentos e a aquisição de conhecimento surgem através da comunicação. Nesse sentido, a comunicação não pode ser entendida, apenas, como um mero auxílio para o pensamento. As respostas dadas nas interações são resultantes de perguntas que cada indivíduo faz a si mesmo e de informações adquiridas a partir de terceiros, que no caso do discurso matemático, em sala de aula, tipicamente, vem do professor. Assim, tais respostas podem até serem encontradas de forma intrapessoal, entretanto, decorrem de relações interpessoais.

O conhecimento pode ser considerado, então, como um discurso por ser produto de sucessivas interações sociais. Logo, depreende-se que, a matemática é um conhecimento produzido e mobilizado por meio de um discurso específico. Isso, só é possível, graças ao reconhecimento do pensamento como forma de comunicação. Aprender matemática torna o indivíduo capaz de

SFARD, A. Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

²⁰ LIÑAN, M. M.; CONTRERAS, L. C.; BARRERA, V. Conocimiento de los temas (KoT). *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*, p. 12-20, 2016.

PIANO, C.; RIPARDO, R. Uma análise das rotinas do Discurso Matemático Escolar em livros paradidáticos. *REnCiMa. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 13, n. 5, p. 1-22, 2022.

RIPARDO, R. *Escrever bem aprendendo matemática: tecendo fios para uma aprendizagem matemática escolar*. Tese (Doutorado – Programa de Pós- Graduação em Educação) Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

reproduzir discursos que já foram pré-estabelecidos por um discursante experiente, já que ele será o modelo para toda a produção discursiva dos participantes. Na sala de aula esse discursante experiente é o professor de matemática²¹.

A noção de discursante experiente apontada por Sfard é próxima ao que Carrillo e colaboradores pontuaram na elaboração do MTSK. A construção do modelo foi realizada a partir do que é usado e necessário para o professor de matemática, sem referências a outras profissões em que o conhecimento matemático é importante, como, por exemplo, engenharias, bacharéis. Portanto, se no discurso matemático o professor é o discursante mais experiente, na perspectiva do MTSK o professor de matemática é quem detém o conhecimento especializado necessário para o ensino de cada um dos tópicos matemáticos.

Quando buscamos aproximações entre o MTSK e o discurso matemático buscamos por elementos teóricos comuns entre ambos, que possam ser considerados nódulos (compartilhados ou semi-compartilhados) de uma rede de relações ao efetuar uma sobreposição dos diferentes nódulos constituintes de cada uma das abordagens teóricas.

No subdomínio KoT consideram-se as categorias definições, propriedades e fundamentos e registros de representação. Já no discurso matemático temos o uso de palavras, mediadores visuais, narrativas endossadas e rotinas de exploração. No caso do KoT inclui um conhecimento relativo a cada um dos tópicos matemáticos, permitindo entender o que se faz e o porquê se faz de determinada forma, quais os diferentes registros de representação, as características de um determinado resultado e as múltiplas definições equivalentes para um mesmo conceito. Esse subdomínio possui algumas categorias, entre elas, destaca-se os registros de representação, as definições, os fundamentos e as propriedades, além dos procedimentos.

O conhecimento matemático possui uma estrutura adequada e inclui uma simbolização específica, além do domínio da realidade que está direcionada. Em suma, o fazer matemático envolve a representação eficaz do objeto e o domínio de técnicas para operar com os símbolos. Assim, registros de representação são

²¹ SFARD, A. Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

distintas formas de representação das definições, fundamentos, propriedades e procedimentos de um tópico. Podem assumir formato numérico, pictórico, gráfico e até mesmo verbal – na forma oral ou escrita²².

No discurso matemático não se considera a nomenclatura de registros de representação, mas quando efetuamos uma análise conjunta do conteúdo podemos identificar similaridades com os denominados mediadores visuais. Os mediadores visuais são símbolos que fazem parte do processo de comunicação, e quando bem manejados permitem que o sujeito seja capaz de entender propriedades e relacionar fundamentos e definições. O vocabulário matemático também está incluído no KoT, e, portanto, o uso de palavras também pode ser considerado um tipo de registro de representação. Na matemática, geralmente, elas representam quantidades e formatos²³.

As definições são importantes por evidenciarem os elementos fundamentais para a formação de um conceito, além de contribuírem para a fundamentação das provas e das resoluções de problemas. Os fundamentos são os responsáveis por conectar os conceitos e os constructos matemáticos, dando forma, assim, ao conhecimento matemático. Já as propriedades são “relações entre elementos ou subconjuntos de elementos de um conjunto, que são instanciadas em situações particulares”. No conhecimento do professor estão inclusos procedimentos relativos aos algoritmos convencionais e alternativos, seus fundamentos e suas condições. Ou seja, refere-se ao conhecimento do

²² AINSWORTH, S. A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, v. 16, p. 183–198, 2006.

GUZMÁN, M. Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, v. 43, p. 19-58, 2007.

PAPE, S.; TCHOSHANOV, M. The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. *Theory Into Practice*, v. 40, n. 2, p. 118–127, 2001.

²²RIBEIRO, M. Abordagem aos números decimais e suas operações: a importância de uma “eficaz navegação” entre representações. *Educação e Pesquisa*, v. 37, n. 2, p. 407–422, 2011.

²³ CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher’s specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

professor sobre o que é feito, como é feito, o porquê é feito e quando se pode, ou não, empregar esses procedimentos²⁴.

No discurso matemático, as narrativas são descritas como sequências verbais utilizadas para descrever objetos matemáticos. Narrativas endossadas são aquelas aprovadas pela comunidade como verdadeiras, dentre elas destacamos as definições, provas, teoremas, propriedades de um objeto, dentre outros. Portanto, as definições, fundamentos e propriedades e os procedimentos que fazem parte do conhecimento dos tópicos matemáticos, são consideradas por Sfard narrativas endossadas, já que foram consensualmente aceitas pelos participantes do discurso matemático. Os responsáveis pela validação dessas narrativas são matemáticos, pesquisadores ou membros da comunidade acadêmica.

Algumas narrativas endossadas podem ser usadas sem muitas explicações, enquanto outras precisam ser reconstruídas. Para essa reconstrução, muitas vezes, é necessário, lembrar outras narrativas. O *recalling* é importante para a fluência de uma pessoa dentro do discurso. No MTSK, o conhecimento da estrutura matemática, o KSM, exerce uma função parecida, já que é o conhecimento matemático associado a uma rede de conexões entre tópicos distintos. Esse conhecimento permite que o professor possa trabalhar a matemática elementar de um ponto de vista superior e vice-versa. Assim, o professor que revela conhecer conexões entre tópicos distintos pode lembrar uma definição, fundamento ou propriedade de um tópico diferente para ajudar na abordagem do conteúdo que está sendo trabalhado naquela aula em específico²⁵.

²⁴CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

MASON, J.; STEPHENS, M.; WATSON, A. Appreciating Mathematical Structure for All. *Mathematics Education Research Journal*, v. 21, n. 2, p. 10–32, 2009.

POLICASTRO, M. *Conhecimento especializado do professor nos tópicos de divisão e do tema de medida: abordagem para uma teorização de conexões matemáticas*. Campinas, 2021. Tese de Doutorado. Educação – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

WEBER, K. Beyond proving and explaining: Proofs that justify the use of definitions and axiomatic structures and proofs that illustrate technique. *For the learning of Mathematics*, v. 22, n. 3, p. 14–17, 2002.

²⁵ KLEIN, F. *Elementary mathematics from an advanced standpoint: Arithmetic, algebra, analysis*. Volume 1. Courier Corporation, 1932.

As rotinas, no discurso matemático, são um conjunto de metarregras que descrevem uma ação discursiva repetitiva com o objetivo de produzir uma narrativa. Embora tais discussões nos remetam a um conhecimento pedagógico mais geral, já que em todos os tipos de discurso existem as performances em rotinas, no discurso matemático é limitado ao conhecimento matemático e ao ensino da disciplina. A rotina de exploração termina com a produção de uma narrativa passível de endosso por especialistas da comunidade a qual a rotina pertence. A resolução de um exercício, por exemplo, pode ser encarada como finalizada mesmo que o resultado não seja o correto. A avaliação é feita para que se identifique se a narrativa será ou não aceita.

No MTSK, o KPM se refere ao conhecimento das práticas matemáticas e envolve o professor e alunos individualmente e/ou em uma interação. Inclui o conhecimento do professor em saber demonstrar, justificar, definir, fazer deduções e induções. É o conhecimento empregado na execução de tarefas matemáticas gerais, por exemplo, o tipo de prova para testar o valor de verdade de uma proposição, junto com o conhecimento de como tal demonstração pode ser aplicada, e as diferentes características das definições. No discurso matemático esse conhecimento é uma rotina de exploração. O KPM também explora, gera novos conhecimentos, e, permite que o professor consiga gerir o raciocínio matemático colocadas em jogo por seus alunos, aceitando, refutando ou refinando isso conforme necessário. Assim como nas rotinas de exploração, em que são produzidas narrativas que podem ser endossadas ou não²⁶.

Conclusão

Os resultados dessa revisão teórica apontam para uma similaridade entre o MTSK e o discurso matemático, já que ambos se preocupam em discutir o

SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

²⁶CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

SFARD, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

conhecimento a partir de domínios e categorias parecidas, porém, nomeadas de formas distintas. Aqui discutimos o subdomínio KoT do MTSK focando, principalmente, nas categorias definições, fundamentos e propriedades e, também, registros de representação, já que existe uma correspondência entre elas com três dimensões do discurso matemático: narrativas endossadas, uso de palavras e mediadores visuais. Sendo definições, fundamentos e propriedades próximo a ideia de narrativas endossadas, e registros de representação correspondente com mediadores visuais e uso de palavras.

O subdomínio KSM também possui proximidade com o discurso matemático, já que Sfard ao tratar das narrativas, inclui uma categoria denominada de relembrar narrativas. Por fim, o subdomínio KPM está intrinsecamente ligado com as rotinas, especificamente com um tipo específico, conhecido como rotinas de explorações. Abaixo segue um quadro com tais aproximações:

Quadro 1: Aproximações entre o discurso matemático e o MTSK

Discurso Matemático	MTSK
Narrativas endossadas	Definições, Propriedades e Fundamentos (KoT)
Uso de palavras	Registros de representação (KoT)
Mediadores Visuais	Registros de representação (KoT)
Rotinas de exploração	KPM
Relembrar narrativas	KSM

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Outras pesquisas ligadas a essa ainda estão sendo desenvolvidas com o intuito de validar essas similaridades a partir de pesquisas de campo, além de investigar quais outros possíveis subdomínios e/ou categorias do MTSK podem estar relacionadas com os elementos do discurso.

Agradecimentos

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq “Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico” (404959/2021-0).

Referências

AINSWORTH, S. A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, v. 16, p. 183–198, 2006.

ALMEIDA, A.; RIBEIRO, M. Potencialidades de uma tarefa para promover o conhecimento especializado do professor no tópico frações. *Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP*, São Paulo, v. 3, p. 1-18, 2021.

ANDRÉ, T. O sistema de numeração decimal no ensino inicial de matemática: contribuições do ábaco e do material dourado. *Ideação*, v. 11, n. 1, p. 99-110, 2009.

BALL, D.; THAMES, M.; PHELPS, G. Conhecimento de conteúdo para ensino: O que o torna especial? *Revista de formação de professores*, v. 59, n. 5, pág. 389-407, 2008.

BAUMERT, J. et al. Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom and Student Progress. *American Educational Research Journal*, v. 47, n. 1, p. 133–180, 2010.

Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*. 4. Ed. Brasília: Mec, 2018.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR- GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ -CATALÁN, M.C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*. v. 20. n. 3, p. 236-256, 2018.

CHARALAMBOUS, C.; PITTA-PANTAZI, D. Drawing on a Theoretical Model to Study Students' Understandings of Fractions. *Educational Studies in Mathematics*, v. 64, n. 3, p. 293, 2006.

COLE, M. *Cultural psychology: A once and future discipline*. Harvard university press, 1996.

DA PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. Álgebra no Ensino Básico. *Portugal: Ministério da Educação-BGIdc*, p. 92-115, 2009.

DUVAL, R. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang, 1995.

FERREIRA, M.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. Conhecimento matemático para ensinar álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Zetetiké*, Campinas, SP, v.25, n. 3, p.496-514, set./dez. 2017.

FLORES-MEDRANO, E.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A. Profundizando en el Conocimiento de la Práctica Matemática. *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*, p. 38-47, 2017.

FOUCAULT, M. *The Archaeology of Knowledge and the Discourse on Language*. Trans. AM Sheridan Smith. New York: Pantheon, 1972.

GUZMÁN, M. Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, v. 43, p. 19-58, 2007.

KLEIN, F. *Elementary mathematics from an advanced standpoint: Arithmetic, algebra, analysis*. Volume 1. Courier Corporation, 1932.

LERMAN, S. Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, v. 46, p. 87-113, 2001.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. *O sistema de numeração: um problema didático*. In: PARRA, C; SAIZ, I. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1996.

LIÑAN, M. M.; CONTRERAS, L. C.; BARRERA, V. Conocimiento de los temas (KoT). *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*, p. 12-20, 2016.

LYOTARD, J. *The postmodern condition: A report on knowledge*. U of Minnesota Press, 1979.

MARQUES, M.; FOSS, L.; CAVALHEIRO, S.; AVILA, C. Uma proposta para o desenvolvimento do pensamento computacional integrado ao ensino de matemática. In: *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*. 2017. p. 314.

MASON, J.; STEPHENS, M.; WATSON, A. Appreciating Mathematical Structure for All. *Mathematics Education Research Journal*, v. 21, n. 2, p. 10–32, 2009.

MASON, J.; STEPHENS, M.; WATSON, A. Appreciating Mathematical Structure for All. *Mathematics Education Research Journal*, v. 21, n. 2, p. 10–32, 2009.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. How large are teacher effects? Educational evaluation and policy analysis. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, v. 26, n. 3, p. 237–257, 2004.

PAPE, S.; TCHOSHANOV, M. The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. *Theory Into Practice*, v. 40, n. 2, p. 118–127, 2001.

PIANO, C.; RIPARDO, R. Uma análise das rotinas do Discurso Matemático Escolar em livros paradidáticos. *REnCiMa. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 13, n. 5, p. 1-22, 2022.

POLICASTRO, M. *Conhecimento especializado do professor nos tópicos de divisão e do tema de medida: abordagem para uma teorização de conexões*
Espaço Plural • Vol.20 • Nº41 • 2ºSemestre 2024 • p.105-128 • ISSN1981-478X

matemáticas. Campinas, 2021. Tese de Doutorado. Educação – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

PONTE, J; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no ensino básico*. 2009.

RIBEIRO, M. Abordagem aos números decimais e suas operações: a importância de uma “eficaz navegação” entre representações. *Educação e Pesquisa*, v. 37, n. 2, p. 407–422, 2011.

RIBEIRO, M. *Pensar Matematicamente envolvendo diferentes formas de ver e de contar e as conexões com o Pensamento Algébrico*. Campinas, SP: Cognoscere, 2021, v. 4, p. 60.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA A. *Da coleta de informação à construção de pictogramas – desenvolvendo o pensamento algébrico*. 1 ed. Campinas: Cognoscere, 2022.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A. R. DE; MELLONE, M. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 14, n. 35, p. 1–32, 2021.

RIPARDO, R. B. *Escrever bem aprendendo matemática: tecendo fios para uma aprendizagem matemática escolar*. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação) Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

RORTY, R. *Philosophy and the Mirror of Nature*. Princeton university press, 1979.

Rowland, T.; Martyn, S.; Barber, P.; Heal, C. Conhecimento de matemática e desempenho em sala de aula de professores primários estagiários. *Pesquisa em Educação Matemática*, v. 2 n.1, p. 3– 18, 2000.

SANTOS, L.; CAI, J. Currículo e avaliação. In: *Segundo manual de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática*. Brilho, 2016. pág. 151-185. 2016.

SFARD, A. Learning, commognition and mathematics. *The Sage handbook of learning*, p. 129-138, 2015.

SFARD, A. On the need for theory of mathematics learning and the promise of ‘commognition’. *The philosophy of mathematics education today*, p. 219-228, 2018.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, S. D. da. *Formação continuada na HTPC: refletindo sobre o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado) Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo. 2009.

SOUZA, E.; BARBOSA, J. Contribuições teóricas sobre aprendizagem matemática na modelagem matemática. *Zetetike*, Campinas, SP, v. 22, n. 1, p. 31–58, 2014.

VECE, J.; SILVA, S.; CURTI, E. Desatando os nós do sistema de numeração decimal: investigar sobre o processo de aprendizagem dos alunos do 5º ano do ensino fundamental a partir de questões do SAEB/Prova Brasil Desatando os nós do Sistema Numérico Decimal. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 15, n. 1, 2013.

VYGOTSKY, L. Thinking, and speech. *The collected works of LS Vygotsky*, v. 1, p. 39-285, 1987.

WEBER, K. Beyond proving and explaining: Proofs that justify the use of definitions and axiomatic structures and proofs that illustrate technique. *For the learning of Mathematics*, v. 22, n. 3, p. 14–17, 2002.

WITTGENSTEIN, L. *Investigações filosóficas*. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

ZAKARYAN, D.; RIBEIRO, M. Mathematics teachers' specialized knowledge: a secondary teacher's knowledge of rational numbers. *Research in Mathematics Education*, v. 21, n. 1, p. 25-42, 2018.

Recebido em: 22/01/2024

Aprovado em: 23/02/2024