ReBECEM Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática
ISSN 2594-9179

DOI: https://doi.org/10.48075/ReBECEM.2023.v.7.n.3.30984

QUESTÕES DO PISA ENVOLVENDO FUNÇÃO AFIM: UMA ANÁLISE NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

PISA QUESTIONS INVOLVING AFIM FUNCTION: AN ANALYSIS FROM THE PERSPECTIVE OF THE THEORY OF CONCEPTUAL FIELDS

Sandra Maria Tieppo[1]

Clélia Maria Ignatius Nogueira[2]

Marli Schmitt Zanella[3]

Resumo: O objetivo deste artigo é identificar e classificar as questões de Matemática em uma prova do *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes*, que podem ser modeladas por uma função afim, à luz da Teoria dos Campos Conceituais (TCC). O aporte teórico é composto pela TCC, especificamente, os campos conceituais aditivo e multiplicativo, e problemas mistos, de Gérard Vergnaud. O *corpus* da investigação contém 29 situações, descritas por meio de uma função afim ou linear, da prova de 2012, última edição que priorizou a Matemática, e disponibilizou suas questões para o público geral. As situações foram resolvidas e classificadas com base na TCC e nos problemas mistos. Constatou-se que o conceito de função afim é pouco demandado pelo PISA. Observou-se no *corpus* a prevalência das situações da classe de proporção simples, no campo multiplicativo; comparação multiplicativa e composição de medidas, seguida da proporção simples e composição de medidas, nos problemas mistos.

Palavras-chave: PISA; Teoria dos Campos Conceituais; Estruturas Aditivas; Estruturas Multiplicativas; Função Afim.

Abstract: The aim of this article is to identify and classify Mathematics questions in a test from the Programme for International Student Assessment (PISA), which can be modeled by an affine function, considering Theory of Conceptual Fields (TCF). The theoretical contribution is composed by the TCF, specifically, the additive and multiplicative conceptual fields, and mixed problems, by Gérard Vergnaud. The research corpus contains 29 situations described through an affine or linear function, from the 2012 test, the last edition that focused on Mathematics, and made questions available to the general public. The situations were solved and classified based on TCF and mixed problems. It was found that the concept of affine function is little demanded by PISA. It was observed in the corpus the prevalence of situations of the simple proportion class, in the multiplicative field; multiplicative comparison and measurement composition, followed by simple proportion and measurement composition, in mixed problems.

Keywords: PISA; Theory of Conceptual Fields; Additive Structures; Multiplicative Structures; Affine Function.

[1] Mestre em Ciências da Computação e Matemática Computacional, Universidade de São Paulo (USP). Doutoranda em Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste). Professora da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Palotina, Paraná, Brasil. E-mail: smtieppo@gmail.com.
[2] Doutora em Educação, Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho (UNESP). Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), Cascavel, Paraná, Brasil. E-mail: cminogueira@uem.br.
[3] Doutora em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática, Universidade Estadual de Maringá (UEM). Universidade Estadual de Maringá (UEM), Goioerê, Paraná, Brasil. E-mail: marlischmitt@gmail.com.

ISSN 2594-9179

1 Introdução

A partir de 1980, o Brasil começou a investir nas avaliações em larga escala, externas às escolas, destinadas a acompanhar o desempenho de alunos, condições de trabalho de professores e infraestrutura das escolas (WERLE, 2011). Segundo Jolandek *et. al* (2018), os resultados dessas avaliações têm refletido em modificações nos instrumentos norteadores de políticas públicas educacionais.

A primeira experiência com avaliação em larga escala na Educação Básica brasileira ocorreu em 1988, quando foi realizada uma prova piloto do Sistema Nacional de Avaliação do Ensino Público (SAEP) de 1º grau, nos estados do Paraná e do Rio Grande do Norte (WERLE, 2011). Em 2023, o Brasil conta com 14 avaliações e exames[4] (sete nacionais e sete internacionais), sob a responsabilidade do Instituto Nacional de Pesquisas e Estudos Educacionais Anísio Teixeira (INEP), e se destinam a aferir resultados relacionados ao Ensino Fundamental, Médio e Superior.

Dentre as avaliações internacionais aplicadas no Brasil encontra-se o **Programa Internacional de Avaliação de Estudantes** (PISA), que visa mensurar o desempenho de estudantes em idade que se supõe o término do ensino formal obrigatório, na maioria dos países. O PISA é uma avaliação realizada pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), para testar conhecimentos em Leitura, Matemática e Ciências, de estudantes dos estados-membros da OCDE e países parceiros, como o Brasil. É uma avaliação trienal que ocorre desde o ano 2000, da qual os estudantes brasileiros sempre participaram. Neste processo avaliativo, o Brasil atua como país parceiro da OCDE colaborando com a aplicação da avaliação em território nacional (BRASIL, 2020).

O programa avalia estudantes entre 15 e 16 anos de idade, de escolas públicas, privadas, profissionais e internacionais, que tenham ao menos seis anos de escolaridade formal. Os estudantes participantes são escolhidos por amostragem, de modo que todas as regiões demográficas e dependências administradas das escolas estejam representadas.

O PISA avalia três domínios, Leitura, Matemática e Ciências, sendo que, em cada edição, um destes domínios é enfatizado, o que implica em número maior de questões desta área do conhecimento. As últimas edições que deram ênfase à Matemática foram

[4]Informações disponíveis em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais. Acessado em: 6 mar 2023.

realizadas em 2012 e 2022. O programa também avaliou domínios chamados inovadores, como: Letramento Financeiro e Competência Global, em 2018; Letramento Financeiro e Pensamento Criativo, em 2022.

As notas obtidas, bem como os dados socioeconômicos dos participantes, produzidos pelo PISA, permitem um comparativo entre estudantes do Brasil e de outros países participantes. Nesta prova, os estudantes brasileiros apresentam desempenho inferior àqueles pertencentes aos países-membros[5] (BRASIL, 2020). Embora estes resultados tenham evoluído com o passar dos anos (LIMA; MOREIRA; VIEIRA; ORTIGÃO, 2020), ainda suscitam investigações no sentido de compreender o porquê de tais resultados, culminando em propostas que possibilitem melhorar o desempenho.

As pesquisas relacionadas ao PISA de Matemática, de modo geral, tratam de aspectos sociais e políticos (JOLANDEK; PEREIRA; MENDES, 2019; LIAO; MOTTA, FERNANDES, 2021), da análise dos resultados dos estudantes do Brasil (PEREIRA; MOREIRA, 2020; LIMA; MOREIRA, 2022), e a comparação do desempenho de resultados brasileiros com aqueles de países considerados desenvolvidos (SILVA; HOED; SARAIVA, 2023).

Em relação aos conceitos matemáticos, Lima (2016) afirma que os estudantes demonstram dificuldade para compreender os conceitos exigidos nas questões do PISA, que se diferenciam daqueles constantes em livros didáticos. Ortigão, Santos e Lima (2018) evidenciaram as dificuldades de estudantes ao utilizar conceitos básicos da Matemática, como medida de área e teorema de Pitágoras, bem como na argumentação e criatividade na resolução da prova. Não foram observadas, todavia, pesquisas brasileiras relacionando questões da prova do PISA e o conceito de função afim.

A partir dos resultados obtidos em pesquisa bibliográfica, emergiram dois questionamentos: o conceito de função afim não é relevante para as avalições do PISA? As questões que envolvem função afim podem ser resolvidas sem recorrer explicitamente a este conceito? Desse modo, o interesse por este conceito matemático se deu porque esta investigação ocorreu no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática - GEPeDiMa, que direciona muitas de suas pesquisas com vistas a estabelecer

[5] Atualmente, são membros da OCDE os países: Alemanha, Austrália, Áustria, Bélgica, Canadá, Chile, Colômbia, Coréia, Costa Rica, Dinamarca, Eslováquia, Eslovênia, Espanha, Estados Unidos, Estônia, Finlândia, França, Grécia, Hungria, Irlanda, Islândia, Israel, Itália, Japão, Letônia, Lituânia, Luxemburgo, México, Noruega, Nova Zelândia, Países Baixos, Polônia, Portugal, Reino Unido, República Checa, Suécia, Suíça e Turquia. Informação disponível em: https://www.oecd.org/about/, acesso: 25 abr 2023.

o Campo Conceitual da Função Afim, e mapear as situações deste campo compõe uma destas tarefas.

A busca por estabelecer um campo conceitual se sustenta na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), para a qual um conceito vai além de sua definição (VERGNAUD, 1996). De acordo com o autor, um conceito é composto por outros elementos, como: situações; operações de pensamentos; e representações. Dentre esses elementos, focalizamos nossas inquietações sobre as situações, elemento central desta teoria, por meio da qual se acessa um campo conceitual.

A TCC pontua que o conhecimento está organizado em campos conceituais, formado por diversos elementos que atuam de forma conectada para possibilitar a atuação em situações. Vergnaud (1996) estabeleceu dois campos conceituais pertencentes à Matemática, isto é, o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas, para os quais elencou o conjunto de classes de situações pertinentes. Afora estes campos conceituais, o pesquisador estudou os problemas mistos, que relacionam, conjuntamente, os conceitos de adição e multiplicação, para os quais ainda não está estabelecido um conjunto de situações que os esgote (VERGNAUD, 2014).

Esse pesquisador nos ensina que o estudo e a classificação das situações que dão sentido a um conceito são indispensáveis ao cientista (VERGNAUD, 1982; 1996). Nesse sentido, buscando estabelecer um conjunto de situações que dão sentido ao conceito de função afim, Miranda (2019) relacionou a expressão algébrica desta função com os problemas mistos, que contêm uma operação de multiplicação e uma de adição. A autora conjecturou a existência de 30 classes de situações que envolvem função afim, no entanto observou apenas nove delas em livros didáticos. Tieppo *et. al* (2023) mostram que as situações de função afim presentes no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) se distinguem em grau de dificuldade daquelas constantes em livros didáticos, ao demandarem diversas etapas de resolução.

Nessa perspectiva, para estabelecer a tipologia das situações de função afim, é necessário se debruçar e ampliar nossas investigações sobre diversificadas fontes de situações, analisando diferentes livros didáticos, artigos científicos e avaliações de larga escala.

Dessa forma, a presente investigação buscou identificar questões que envolvem função afim na prova do PISA e estabelecer sua classificação, a partir dos pressupostos da TCC, contribuindo para a determinação do conjunto de situações que dão sentido a este conceito. Para isso, o seguinte objetivo foi estabelecido: **identificar e classificar as**

questões[6] de Matemática em uma prova do PISA, que podem ser modeladas por uma função afim, à luz da TCC. A pesquisa que ora se apresenta é uma ampliação dos resultados apresentados no XVI Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM), que analisou a prova do PISA, edição 2012, última avaliação que contém o domínio da Matemática e que teve seus itens divulgados pelo INEP.

Portanto, como mencionado, a classificação das questões é embasada na Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, particularmente no Campo Conceitual das Estruturas Aditivas e no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, assim como, nos problemas mistos, sendo todos eles tratados na próxima sessão.

2 Fundamentação teórica

A Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida por Gérard Vergnaud com o objetivo de fornecer elementos de base para compreender a aprendizagem de competências, particularmente, voltadas para a ciência. Essa teoria não é exclusiva da Matemática, mas se desenvolveu pelo interesse inicial em elaborar e explicar o processo de conceituação das estruturas aditivas e multiplicativas (VERGNAUD, 1996).

Para o pesquisador, o conhecimento se organiza em estruturas denominadas campos conceituais, que é composto por situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamentos interligados e entrelaçados (VERGNAUD, 1982). Segundo o autor, o domínio de um campo conceitual, por parte do sujeito, acontece durante longo tempo, por meio do contato com novas situações que o desafiam, num processo adaptativo. É a partir do desafio de novas situações que o estudante tem a oportunidade de enfrentar suas possíveis dificuldades e, com isso, progredir no processo de aprendizagem (VERGNAUD, 1996).

Nessa teoria, se considera como situação qualquer problema ou tarefa ao qual o sujeito está exposto, seja ela no trabalho, no cotidiano, na vida escolar ou fora dela (VERGNAUD, 1996). Neste texto, tratamos apenas das situações desenvolvidas no âmbito escolar, especificamente, situações contextualizadas, constantes das provas do PISA de Matemática. Segundo o pesquisador, para atuar em qualquer situação, mesmo as mais simples, são necessários vários conceitos, que para a TCC vai além de sua definição.

[6]Deste ponto em diante, usaremos o termo “questão” ou “situação” para nos referirmos aos itens da prova do Pisa. O termo “item” é o preferido pelo Inep, mas se distancia da teoria assumida neste texto.

Nesta teoria, o conceito (C) é definido por meio de uma terna de conjuntos, representada por C = (S, I, L), em que: S é o conjunto das situações que dão sentido ao conceito C; I é o conjunto de operações de pensamento – invariantes operatórios – mobilizadas pelo estudante enquanto atua na situação, sendo composto pelos conceitos em ação e teoremas em ação; e L é o conjunto das representações linguísticas, verbais, gestuais, dentre outras, utilizadas pelo sujeito enquanto soluciona a situação (VERGNAUD, 1996).

Dentre os elementos do conceito, as situações ocupam lugar privilegiado, pois são consideradas a porta de entrada de um campo conceitual, sendo sua identificação e classificação tarefa primordial de pesquisadores empenhados em melhorar os processos de ensino e de aprendizagem (VERGNAUD, 1996). Nesse sentido, atuam membros do GEPeDiMa, em relação ao conceito de função afim.

Para tanto, se sustentam no **campo conceitual das estruturas aditivas**, que compreende um conjunto de situações que demandam uma ou mais operações de adição / subtração, e de conceitos envolvidos nas estruturas aditivas, que permitem estabelecer seis classes de situações: composição de medidas; transformação de medidas; comparação entre medidas; composição de transformações; transformação de relações; e composição de relações (VERGNAUD, 1983, 1996, 2014). De mesmo modo, o **campo conceitual das estruturas multiplicativa***s* é o conjunto de situações que exigem uma ou mais operações de multiplicação e divisão, e de conceitos que possibilitam organizar estas situações em cinco classes: proporção simples; comparação multiplicativa; produto de medidas; função bilinear; e proporção múltipla (VERGNAUD, 1996, 2014; GITIRANA *et al.*, 2014).

Além das situações aditivas e multiplicativas, Vergnaud (2014) caracteriza os **problemas aritméticos complexos**, os quais necessitam de mais do que uma operação de adição / subtração, e/ou multiplicação / divisão. Em relação às operações necessárias para resolver estas situações, Vergnaud (2014) tratou, especificamente, de três tipos de problemas complexos: problema **aditivo puro** – aquele que demanda somente operações de adição / subtração em sua resolução; problema **multiplicativo puro** – aquele que exige apenas operações de multiplicação / divisão e problema **misto** – aquele que requer operações de adição (subtração) e multiplicação (divisão), conjuntamente. Para os problemas mistos, o autor não estabeleceu uma tipologia.

Para o pesquisador, os problemas complexos são de difícil classificação, pois podem envolver grande número de operações e de escolhas de resolução, mas, se limitarmos o número de operações, a classificação pode ser factível. É isso o que propomos nesta investigação, na qual buscamos associar a expressão algébrica da função afim, na forma $y = ax + b$, com os problemas mistos que compreende uma operação de adição / subtração e uma operação de multiplicação / divisão. Miranda (2019) apresentou uma tipologia para um conjunto de situações relativas à função afim, advindas de livros didáticos. A pesquisadora supôs que era possível determinar 30 classes de situações que envolvem função afim, combinando as seis classes do campo conceitual das estruturas aditivas e as cinco classes do campo conceitual das estruturas multiplicativas.

Entendemos que as classes de estrutura multiplicativa, denominadas **produto de medidas e função bilinear**, não podem ser verificadas na função afim e na função linear, uma vez que estas classes requerem ao menos duas grandezas (ou variáveis), ao passo que a função afim e linear necessita apenas uma. Dessa forma, apresentamos, no Quadro 1, as classes de situações descritas por Miranda (2019), excluindo as classes citadas (**produto de medidas e função bilinear**). Com isso temos uma redução no quantitativo apresentado para 18 classes possíveis.

CLASSES DE SITUAÇÕES DE FUNÇÁO AFIM
Proporção simples e Composição de medidas
Proporção simples e Transformação de medidas
Proporção simples e Comparação de medidas
Proporção simples e Composição de transformações
Proporção simples e Transformação de relações
Proporção simples e Composição de relações
Proporção múltipla e Composição de medidas
Proporção múltipla e Transformação de medidas
Proporção múltipla e Comparação de medidas
Proporção múltipla e Composição de transformações
Proporção múltipla e Transformação de relações
Proporção múltipla e Composição de relações
Comparação multiplicativa e Composição de medidas
Comparação multiplicativa e Transformação de medidas
Comparação multiplicativa e Comparação de medidas
Comparação multiplicativa e Composição de transformações
Comparação multiplicativa e Transformação de relações
Comparação multiplicativa e Composição de relações

Quadro 1: Classes de situações relacionadas à função afim.
Fonte: Adaptada de Miranda (2019, p. 94 - 95).

Miranda (2019) pesquisou situações relativas à função afim, em quatro livros didáticos de Matemática – dois destinados ao 9° ano do Ensino Fundamental e dois ao 1º ano do Ensino Médio, nos quais identificou 89 situações. A resolução, análise e classificação das situações possibilitou identificar nove classes distintas: proporção simples; produto de medidas; composição de medidas; proporção simples e composição de medidas; proporção simples e transformação de medidas; comparação multiplicativa e composição de medidas; comparação multiplicativa e transformação de medidas; proporção simples, composição de transformações e transformação de medidas; comparação multiplicativa e proporção simples (MIRANDA, 2019, p. 149).

Dentre as classes identificadas pela autora, observamos uma classe de problema aditivo puro, três classes de problemas multiplicativos puros e cinco classes de problemas mistos. As classes mais frequentes, nos livros didáticos analisados, foram: **proporção simples e composição de medidas** (32); e **proporção simples** (31). A classe **proporção simples e composição de medidas** está associada à função afim, e a classe **proporção simples** à função linear.

Os livros analisados por Miranda (2019) foram aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), nos anos de 2017 e 2018, portanto os resultados podem ser considerados representativos da forma como o conceito de função afim é abordado no ensino no Brasil. Ainda assim, no que se refere à tipologia de situações que envolvem função afim, outros questionamentos surgiram: quais são as classes de situações presentes em instrumentos de pesquisas utilizados no Brasil? Quais são as classes de situações representadas nas avaliações de larga escala aplicadas no país?

No intuito de responder parte do segundo questionamento, propomos esta investigação, que seguiu o percurso metodológico apresentado na próxima sessão.

3 Percurso metodológico

No sentido de alcançar o objetivo de **identificar e classificar as questões de Matemática em uma prova do PISA, que podem ser modeladas por uma função afim, à luz da TCC**, propomos esta pesquisa documental (GIL, 2002), ao analisar documentos denominados de primeira mão, isto é, que ainda não passaram por análise.

Estabelecemos como fonte das questões (situações) a prova do PISA da edição 2012, pois, até o momento (março/23), é a última edição que priorizou o domínio Matemática e que teve suas questões disponibilizadas pelo INEP para o público geral.

O documento contém 23 enunciados, contextualizados, nos quais os dados são descritos na forma de texto, gráficos ou tabelas. Logo após os enunciados, são apresentadas as situações (ou itens, como denomina o INEP) a serem resolvidas pelos estudantes, totalizando 56 situações, na edição priorizada. O documento ainda apresenta a resposta de cada um dos itens.

A leitura e resolução das situações nos possibilitou identificar 29 situações que podem ser descritas por meio de uma função afim ou função linear, que integram o *corpus* desta pesquisa. As demais (27) demandavam outros conceitos para sua solução, como: teorema de Pitágoras; cálculo de área do círculo; função exponencial; estimativa e aproximação de valores; leitura e interpretação de dados e outros. Por isso, estas situações foram desconsideradas neste texto.

A resolução das situações permitiu escrevê-las na forma algébrica $y = ax + b$, com a e b constantes reais. Para mais, construímos o diagrama relacional de Vergnaud (2014), que, juntamente com os cálculos algébricos, nos auxiliou no processo de classificação das situações. A classificação foi elaborada com a sustentação teórica da TCC, particularmente, das classes de situações de estruturas aditivas (VERGNAUD, 1996, 2014); das classes de situações de estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1996, 2014; GITIRANA *et al.*, 2014); e dos problemas mistos (VERGNAUD, 2014; MIRANDA, 2019).

A classificação da situação é determinada pela análise das **situações principais**, assim denominadas as situações que respondem, diretamente, ao solicitado no enunciado. Para isso, pode ser necessário a resolução de **situações intermediárias**, que são aquelas necessárias para resolver a situação, mas que não conduzem exatamente ao resultado.

Os esquemas relacionais, de Vergnaud (2014) e Gitirana *et al.* (2014), construídos na resolução da situação, permitem identificar a classe correspondente. Esses esquemas usam símbolos (retângulos, círculos, chaves e flechas) adequados a cada classe e valores numéricos da situação. Neste texto, para o contorno dos símbolos nos esquemas relacionais, usamos linhas cheias para as situações principais; e linhas pontilhadas para as situações intermediárias, de modo a diferenciá-las.

A partir desta modelação e classificação, foi feito um cotejamento com os resultados obtidos por Miranda (2019), no intuito de identificar as aproximações entre o exigido na prova do PISA e o que se apresenta nos livros didáticos adotados no Brasil.

Na próxima seção, apresentamos os resultados obtidos, discussão dos resultados e exemplos das classificações.

4 Resultados e discussão

ReBECEM Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática
ISSN 2594-9179

Selecionamos 29 situações da prova analisada, que demandam operações multiplicativas ou aditivas e multiplicativas para sua resolução, caracterizando-as como situações multiplicativas e situações mistas, respectivamente, de acordo com a TCC. As situações do *corpus* foram resolvidas, construídos seus esquemas relacionais e classificadas de acordo com a teoria de sustentação. Para ilustrar como foi desenvolvida a resolução e classificação das situações analisadas, apresentamos exemplos correspondentes a dois enunciados distintos.

O contexto da situação traz uma porta giratória, dividida em três partes iguais, como ilustrado no enunciado (Figura 1). Esta situação é do tipo multiplicativo pura, ou seja, sua resolução exigiu somente operações de multiplicação / divisão.

PORTA GIRATÓRIA

Uma porta giratória possui três folhas que giram dentro de um espaço circular. O diâmetro interno desse espaço é de 2 metros (200 centímetros). As três folhas da porta dividem o espaço em três setores iguais. O diagrama abaixo mostra as folhas da porta em três posições diferentes, vistas de cima.

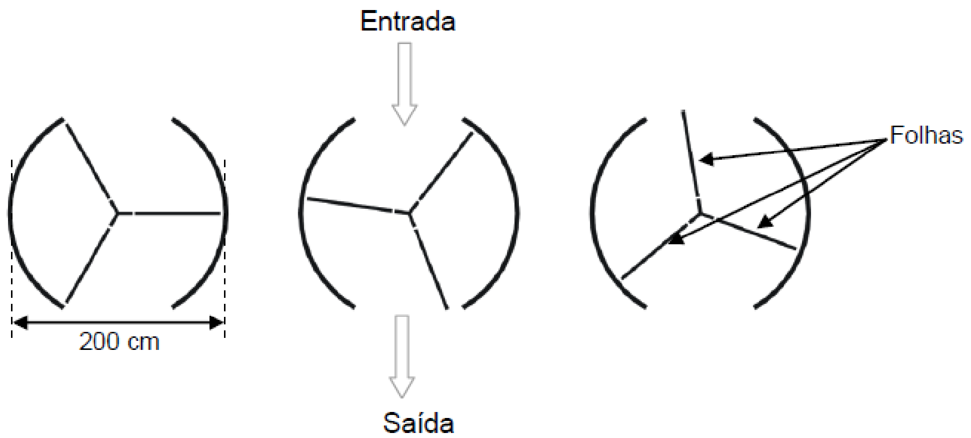
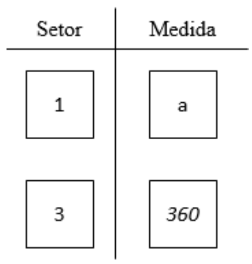


Figura 1: Enunciado da situação (porta giratória) do PISA de 2012.
Fonte: Brasil (2013, p. 74).

A primeira situação referente ao enunciado é: “Qual é o tamanho, em graus, do ângulo formado por duas folhas da porta?”.

Para responder ao solicitado nesta situação, consideramos a informação que não é apresentada no enunciado, de que o ângulo central da circunferência tem 360º. A porta está dividida em três setores iguais, evidenciando a relação de proporcionalidade entre as medidas dos setores e do ângulo central, como mostramos no Quadro 2.

Esquema relacional	Cálculo numérico
	$3a = 1 * 360$ $a = 120$

Quadro 2: Esquema relacional e cálculo numérico de situação da classe proporção simples (partição).
Fonte: Autoras (2023).

Com isso, a situação apresentada pertence à classe **proporção simples - partição**. Em uma situação hipotética, considerando possível dividir a porta em n setores iguais ($n > 0$), a medida de cada um dos setores poderia ser denotada, algebricamente, pela função linear da forma, $f(n) = \frac{360}{n}$.

A situação Q2, deste enunciado, não é apresentada pois sua resolução não demanda operações aditivas e/ou multiplicativas. Portanto, apresentamos a situação (Q3) deste mesmo enunciado, com a seguinte redação:

> Q3: A porta giratória faz 4 rotações completas por minuto. Há espaço para duas pessoas em cada um dos três setores. Qual o número máximo de pessoas que pode entrar no edifício pela porta giratória em 30 minutos?

De acordo com a TCC, esta situação é referente à classe **proporção múltipla**, em que uma medida varia em função das demais. Neste caso, a variação do tempo, provoca variação no número de rotações, que, por sua vez, influencia o número máximo de pessoas que passam pela porta. O esquema relacional da situação de proporção múltipla é mostrado no Quadro 3.

Tempo	Rotações	Pessoas
	1	6
1	4	
30		n

Quadro 3: Esquema relacional de situação de proporção múltipla.
Fonte: Autoras (2023).

As medidas tempo e rotação são proporcionais, possibilitando determinar o número de rotações da porta no período de 30 minutos, por meio de uma **proporção simples (multiplicação um para muitos).** Posteriormente, podemos calcular o número de pessoas, novamente utilizando uma **proporção simples - multiplicação um para muitos**, como mostramos no Quadro 4. A partir dos cálculos apresentados, concluímos que, em 30 minutos, a porta efetua 120 rotações; e, como a cada rotação, passam, no máximo 6 pessoas pela porta, obtemos que passarão por ela, no máximo, 720 pessoas, em 30 minutos.

<table>
<tr><th colspan="2">Esquema Relacional</th><th>Cálculo Numérico</th></tr>
<tr><td>Tempo</td><td>Rotações</td><td rowspan="3">$a = 4 x 30$
$a = 120$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>30</td><td>a</td></tr>
<tr><td>Rotações</td><td>Pessoas</td><td rowspan="3">$n = 6 x 120$
$n = 720$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>120</td><td>n</td></tr>
</table>

Quadro 4: Esquema relacional de situação da classe proporção múltipla.
Fonte: Autoras (2023).

As duas situações de proporção se caracterizam como intermediárias na resolução da situação proposta, cujos resultados mostramos num único esquema (principal), no Quadro 5.

Tempo	Rotações	Pessoas
	1	6
1	4	
30	$a = 120$	$n = 720$

Quadro 5: Esquema relacional de situação da classe proporção múltipla.
Fonte: Autoras (2023).

No exemplo analisado, trouxemos uma situação de estrutura multiplicativa (problema multiplicativo puro), que apresenta duas proporções de forma encadeada.

O próximo enunciado (Figura 2) descreve uma situação relacionada à função afim, que demanda três situações intermediárias para responder a situação principal (Q1), o que Vergnaud (2014) denomina de **problema complexo**.

A VENDA DE JORNAIS

Em Zedlândia, existem dois jornais que tentam recrutar vendedores. Os anúncios abaixo mostram como eles pagam seus vendedores.

ESTRELA DE ZEDLÂNDIA

PRECISA DE DINHEIRO EXTRA?

VENDA NOSSO JORNAL

Você será pago:
0,20 zeds por jornal para os primeiros 240 jornais que você vender na semana, mais 0,40 zeds para cada jornal adicional vendido.

DIÁRIO DE ZEDLÂNDIA

MUITO DINHEIRO

POUCO TEMPO!

Venda o *Diário de Zedlândia* e ganhe 60 zeds por semana, mais um adicional de 0,05 zeds por jornal que você vender.

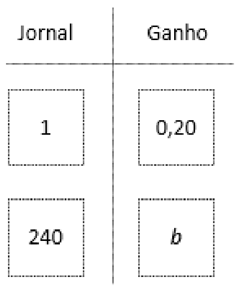
Figura 2: Enunciado da situação (a venda de jornais) do PISA de 2012.
Fonte: Brasil (2013, p. 69).

A primeira situação deste item apresenta o seguinte enunciado: “Q1: Em média, Frederico vende 350 cópias do Estrela de Zedlândia toda semana. Quanto ele ganha por semana, em média?”

De acordo com o enunciado, Frederico vendeu 350 cópias do jornal, pelo quais receberá 0,20 *zeds* por jornal, para os 240 vendidos, e 0,40 *zeds* pelos demais. A pergunta a ser respondida é qual o valor do salário médio de Frederico? A situação demanda operações de adição / subtração e multiplicação / divisão, por isso estamos diante de uma situação do tipo mista.

Considerando que o valor recebido pela venda dos primeiros 240 jornais é fixo, e o restante é proporcional ao número de exemplares vendidos, podemos modelar a situação por meio de uma função afim, da forma $s = an + b$, em que s é o salário médio semanal de Frederico, n é a quantidade de jornais vendidos, que supera as 240 unidades, a é o valor pago pela venda de cada um dos n jornais (a = 0,40 *zeds*), e b é um valor fixo que corresponde à venda das primeiras 240 cópias semanais.

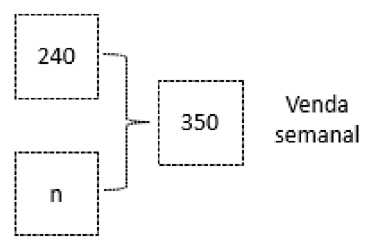
Inicialmente, vamos obter o valor fixo b, correspondente à venda de 240 cópias de jornais, pelas quais o vendedor recebe 0,20 *zeds* em cada venda. A situação é classificada na classe **proporção simples – multiplicação um para muitos**. Assim, temos que b = 48 (Quadro 6).

Esquema relacional	**Cálculo numérico**
	$b = 0{,}20 \, x \, 240$ $b = 48$

Quadro 6: Esquema relacional e cálculo numérico de situação da classe proporção simples (multiplicação um para muitos).
Fonte: Autoras (2023).

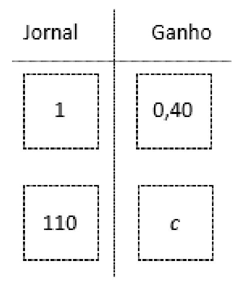
Em seguida, precisamos obter o número de exemplares vendidos (n), que excede as 240 cópias. Conhecendo o número de jornais vendidos na semana (350) podemos obter o número de jornais que excede as 240 unidades. Neste caso, a situação é resolvida a partir de conceitos advindos da estrutura aditiva, e pertence à classe de **composição de medidas – parte desconhecida**, como mostramos no Quadro 7. Essa situação intermediária auxilia no cálculo do salário médio do vendedor. A partir do cálculo numérico, mostramos que Frederico vende 110 jornais, além dos 240 exemplares.

Esquema relacional	**Cálculo numérico**

	$240 + n = 350$ $n = 110$

Quadro 7: Esquema relacional e cálculo numérico de situação da classe composição de medidas (parte desconhecida).
Fonte: Autoras (2023).

Segundo o anúncio, cada cópia adicional vendida acresce 0,40 *zeds* ao salário do vendedor. Considerando que foram vendidas 110 cópias adicionais (Quadro 7), obtemos o valor referente a estas cópias, utilizando uma operação de estrutura multiplicativa da classe **proporção simples – multiplicação um para muitos**. Seu esquema relacional e cálculo numérico são apresentados no Quadro 8.

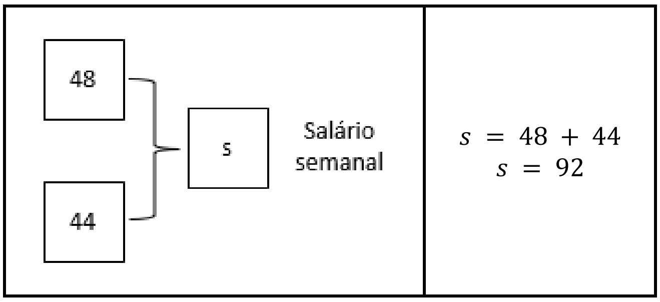
Esquema relacional	Cálculo numérico
	$c = 0{,}40 * 110$ $c = 44$

Quadro 8: Esquema relacional e cálculo numérico da situação da classe proporção simples (multiplicação um para muitos).
Fonte: Autoras (2023).

Em seguida, podemos determinar o ganho médio semanal (s), composto pelo valor fixo (b = 48 *zeds*) e valor adicional (c = 44 *zeds*). Para isso, utilizamos uma operação aditiva da classe **composição de medidas**, apresentada no Quadro 9. Concluímos que o salário médio semanal de Frederico foi de s = 92 *zeds*.

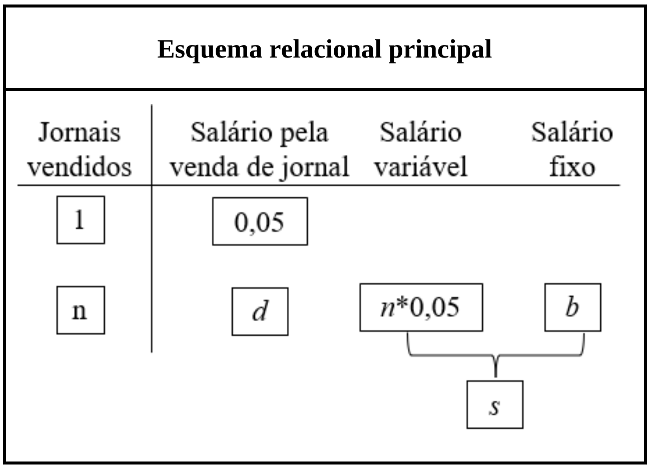
Esquema relacional e classificação	Cálculo numérico

ReBECEM | Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática
ISSN 2594-9179



Quadro 9: Esquema relacional e cálculo numérico da situação da classe composição de medidas (todo desconhecido).
Fonte: Autoras (2023).

Exibimos, no Quadro 10, o esquema relacional geral, composto pelas situações principais, que justificam a classificação da situação como sendo de **proporção simples (multiplicação um para muitos) e composição de medidas (todo desconhecido)**.

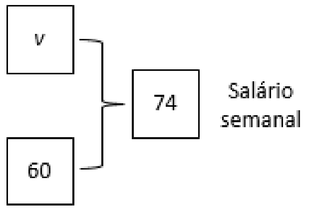


Quadro 10: Esquema relacional principal de situação da classe proporção simples (multiplicação um para muitos) e composição de medidas (todo desconhecido).
Fonte: Autoras (2023).

Em razão das estruturas necessárias à resolução desta situação, para um número de vendas (n) e valor fixo (b) quaisquer, atendidas as condições do enunciado, podemos modelar a situação, algebricamente, por uma função afim da forma $s = 0{,}05n + 48$.

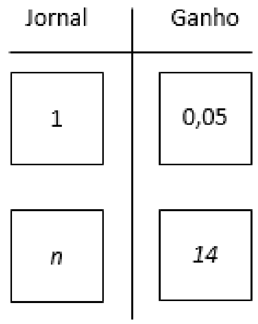
A segunda situação deste item apresenta o seguinte enunciado: “Q2: Cristina vende o Diário de Zedlândia. Em uma semana ela ganhou 74 zeds. Quantos jornais ela vendeu naquela semana?”

Para responder ao solicitado, retomamos a Figura 2, em que se constata que o Diário de Zedlândia paga ao vendedor um valor fixo semanal de 60 *zeds* e mais 0,05 *zeds* por jornal vendido. Dessa forma, o valor recebido por Cristina, que excede 60 *zeds*, refere-se aos jornais vendidos. Sendo assim, veremos quanto Cristina recebeu devido à venda dos jornais (v), parte variável da remuneração. Mostramos, no Quadro 11, que este valor é obtido por meio de uma situação de estrutura aditiva da classe **composição de medidas (parte desconhecida)**.

Esquema relacional e classificação	**Cálculo numérico**
	$v + 60 = 74$ $v = 74 - 60$ $v = 14$

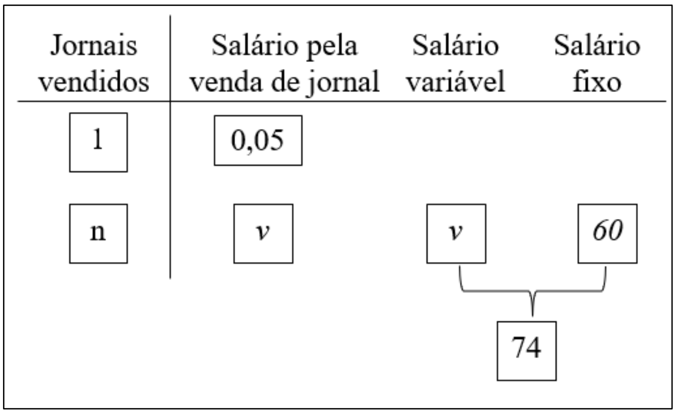
Quadro 11: Esquema relacional e cálculo numérico da situação da classe composição de medidas (parte desconhecida).
Fonte: Autoras (2023).

No Quadro 11, mostramos que a parte variável do salário de Cristina é $v = 14$ *zeds*. Para calcular o número (n) de jornais vendidos, recorremos a uma operação de estrutura multiplicativa, pertencente à classe **proporção simples (cota)**, como apresentado no Quadro 12.

Esquema relacional e classificação	**Cálculo numérico**
	$n * 0{,}05 = 1 * 14$ $n = \frac{14}{0{,}05}$ $n = 280$

Quadro 12: Esquema relacional e cálculo numérico da situação da classe proporção simples (cota).
Fonte: Autoras (2023).

Com isso, concluímos que Cristina vendeu 280 jornais (Quadro 12). Com base na resolução apresentada e nos esquemas relacionais, concluímos que a situação tem estrutura mista e está alocada na classe **proporção simples (cota) e composição de medidas (parte desconhecida)**. Para evidenciar estes resultados, no Quadro 13, é apresentado um esquema geral unindo os esquemas relacionais utilizados.



Quadro 13: Esquema relacional geral de situação da classe proporção simples (cota) e composição de medidas (parte desconhecida).
Fonte: Autoras (2023).

Com esses exemplos, é possível ilustrar como a prova tem situações resolvidas com apenas uma operação (Q1 – porta giratória) e situações que demandam várias operações (principais e intermediárias), como Q1 – venda de jornais, apresentando níveis diferentes de dificuldade.

O processo de resolução, construção do esquema relacional e classificação foi seguido para todas as situações do *corpus* desta investigação. O resultado das classificações, distinguindo as classes das situações principais e intermediárias estão expostos no Quadro 14.

Situação	**Classe da situação principal**	**Classe da(s) situação(ões) intermediária(s)**
	Aparelhos defeituosos	
Q1	Proporção simples (quarta proporcional)	Não apresenta
Q2	Duas situações de Comparação multiplicativa	Não apresenta
Q3	Duas situações de Proporção simples (quarta proporcional)	Duas situações de composições de medida (todo desconhecido), Duas situações de comparação multiplicativa (referido desconhecido) e Duas situações de composições de medidas
	Sorveteria	
Q2	Produto de medidas (área) e composição de medidas (parte desconhecida)	Produto de medidas (área) e composição de medidas (parte desconhecida)
	Tocadores de mp3	
Q3	Comparação multiplicativa (referido desconhecido)	Três situações de composição de medidas (todo desconhecido)
Q4	Comparação multiplicativa (referente desconhecido) e transformação de medidas (estado final desconhecido)	Não apresenta
	Pinguim	
Q1	Proporção simples (quarta proporcional)	Composição de medidas (parte desconhecida)

Q2	Composição de medidas (todo desconhecido)	Duas situações de comparação multiplicativa (referente desconhecido) e composição de medidas (todo desconhecido)
	Energia Eólica	
Q1	a) Proporção simples (um para muitos) b) Comparação multiplicativa (referido desconhecido) d) Comparação multiplicativa (referido desconhecido)	Não apresenta
Q2	Proporção simples (cota)	Não apresenta
	Navios Velejadores	
Q1	Proporção simples (quarta proporcional)	Transformação de medidas (estado final desconhecido)
Q4	Proporção simples (cota)	Proporção simples (um para muitos) e Comparação multiplicativa (referido desconhecido)
	Molhos	
Q2	Proporção simples (quarta proporcional)	Não apresenta
	Escalando o Monte Fuji	
Q1	Proporção simples (cota)	Não apresenta
Q2	Composição de medidas (parte desconhecida)	Duas situações de proporção simples (cota) e composição de medidas (todo desconhecido)
Q3	Proporção simples (partição)	Não apresenta
	A ciclista Helena	
Q1	Duas situações de proporção simples (partição)	Não apresenta
Q2	Proporção simples (cota)	Não apresenta
Q3	Proporção simples (partição)	Não apresenta
	Apartamento de férias	
Q1	Transformação de medidas (4 partes, estado final desconhecido)	Proporção simples (multiplicação um para muitos)
	Aluguel de DVDs	
Q1	Proporção simples (um para muitos)	Composição de medidas (parte desconhecida), proporção simples e proporção simples (cota)
Q2	Proporção simples (cota)	Composição de medidas (parte desconhecida)
	TV a Cabo	
Q1	Proporção simples (quarta proporcional)	Não apresenta
Q2	Comparação multiplicativa (referido desconhecido)	Não apresenta
	Qual carro?	
Q3	Comparação multiplicativa (referido desconhecido)	Não apresenta
	A venda de jornais	
Q1	Duas situações de proporções simples (um para muitos) e composição de medidas (todo desconhecido)	Composição de medidas (parte desconhecida)
Q2	Proporção simples (cota) e composição de medidas (parte desconhecida)	Não apresenta
	Porta giratória	
Q1	Proporção simples (partição)	Não apresenta

Q3	Proporção múltipla	Proporção simples (multiplicação um para muitos)

Quadro 14: Classes das situações do *corpus*, distinguindo as situações principais e intermediárias.
Fonte: Autoras (2023).

No conjunto de dados, 15 situações demandam apenas operações de multiplicação / divisão (problema **multiplicativo puro**), e 14 demandam operações de adição / subtração e multiplicação / divisão (problemas **mistos***)*. Além disso, das 29 situações analisadas, 13 requereram a resolução com situações intermediárias.

Em razão do número de situações (principais e intermediárias), necessárias para a obtenção do solicitado no enunciado, podemos observar o grau de complexidade das questões da prova, como a situação *Q3* – **Aparelhos defeituosos**, que, para atingir o seu objetivo, exigiu a resolução de oito situações (duas principais e seis intermediárias). Algo semelhante é verificado nas questões *Q1* – **Aluguel de** *DVDs* (uma situação principal e duas intermediárias), *Q1* – **A venda de jornais** (três situações principais e uma intermediária) e *Q2* – **Sorveteria** (duas situações principais e duas intermediárias), que demandaram a resolução de quatro situações, para concluir a questão, conforme descrito no Quadro 14.

A análise conjunta das situações evidencia a diversidade e variabilidade quanto a sua classificação (Quadro 14). Ao nos atermos a situação principal, da qual resulta a classificação da situação, constatamos que as três classes mais frequentes são: **proporção simples**, com 15 situações; e, **comparação multiplicativa**, com seis situações; e **proporção simples e composição de medidas**, com duas situações.

Dentre as situações puramente multiplicativas, temos 15 situações pertencentes à classe proporção simples e seis situações de comparação multiplicativa, totalizando 21 situações que podem ser descritas, algebricamente, por meio de uma função linear, da forma $f(x) = ax$, com $a \neq 0$. Isso evidencia a prevalência desta função na prova do PISA de 2012 em relação à função afim, identificada em apenas quatro situações. O resultado apresentado é condizente com o observado por Miranda (2019) no que diz respeito a classe proporção simples, que é a segunda classe predominante nos livros didáticos.

Em relação aos problemas mistos, constatamos que pertencem as classes: proporção simples e composição de medidas (2); comparação multiplicativa e transformação de medidas (1); e produto de medidas e composição de medidas (1). Essa constatação está relacionada à ausência das funções afins na prova, as quais estão associadas aos problemas mistos que envolvem uma operação aditiva e uma multiplicativa. Como consequência, há um contraste com a pesquisa de Miranda (2019), na qual as situações mistas são mais frequentes nos livros didáticos analisados.

As classes **comparação multiplicativa, proporção múltipla e a classe produto de medidas e composição de medidas**, identificadas na prova analisada, não foram observadas por Miranda (2019), o que denota a necessidade de expandir os estudos de classificação de situações, especialmente aquelas relacionadas à função afim

Adicionalmente, há, no conjunto de dados, situações que envolvem a resolução de um número expressivo de situações intermediárias: Q3 – Aparelhos defeituosos (6 situações); Q3 – Tocadores de mp3, Q2 – Pinguim, Q2 – Monte Fuji (3 situações cada); o que altera o nível de complexidade das situações. Ademais, podemos ver situações mais complexas, não somente pela presença de situações principal e intermediárias, mas porque as situações pertencem a várias classes distintas, como observado em Q3 – Tocadores de mp3, na qual as situações pertencem a três classes distintas; e a Q4 – Navios velejadores, com duas proporções de subclasses distintas, cota e multiplicação um para muitos.

De modo geral, as situações analisadas podem ser resolvidas recorrendo à proporção, regra de três, porcentagem, fração, raciocínio lógico ou por meio de operações aditivas e multiplicativas, sem demandar o uso da função afim ou linear, diretamente. Os conceitos demandados estão em consonância com alguns dos conceitos dos campos conceituais aditivos e multiplicativos, estabelecidos por Vergnaud (1996), dos quais fazem parte a proporção simples e proporção múltipla, função linear e *n*-linear, razão direta e inversa, fração, produto de dimensões etc., para o campo conceitual multiplicativo; e os conceitos de cardinal e de medida, de transformação temporal, de relação quantificada, de composição binária etc., para o campo conceitual aditivo.

No entanto, nem todas as classes possíveis, conforme suposto por Miranda (2019) e descritas no Quadro 1, foram observadas no *corpus* dessa investigação. As situações estudadas pertencem as classes proporção simples, comparação multiplicativa, proporção múltipla (Q3 – Porta giratória) e produto de medidas (Q2 – Sorveteria), no que se refere ao campo conceitual multiplicativo; e, em relação ao campo aditivo, observamos apenas as classes de composição de medidas e transformação de medidas. As situações de proporção múltipla e produto de medidas foram pouco exploradas nessa prova, enquanto as proporções são mais comuns, abrangendo todas as subclasses possíveis: multiplicação um para muitos; divisão por partição; divisão por cota; e quarta proporcional.

As classes mencionadas, produto de medidas e função bilinear, são exemplos de situações que envolvem uma estrutura multiplicativa com duas ou mais variáveis. Dessa forma, elas não podem ser relacionadas às funções afim ou linear, que são funções de apenas uma variável. Portanto, é compreensível que essas classes não estejam presentes nas situações que exploram especificamente as funções afim e linear. No entanto, seria interessante explorar essas classes em situações que envolvem a estrutura multiplicativa, pois elas apresentam características próprias que as distinguem das funções de uma única variável.

O conceito de função afim e função linear estão presentes nas situações desta prova, no entanto sua forma algébrica foi pouco solicitada, visto que somente duas situações (Q4 – Tocadores de mp3 e Q2 – Energia eólica) requerem o conhecimento da forma algébrica da função, ora para calcular um valor em ponto específico do seu domínio, ora para descrever uma situação relativa à função afim, na forma analítica.

5 Considerações

Propusemos esta pesquisa no intuito de buscar novas fontes de situações de função afim e de comparar suas classificações com aquelas decorrentes de situações presentes em livros didáticos. Para isso estabelecemos o objetivo: **identificar e classificar as questões de Matemática em uma prova do PISA, que podem ser modeladas por funções afins, à luz da TCC**. Foram resolvidas, analisadas e classificadas 29 situações principais relativas aos 23 enunciados disponibilizados da prova de Matemática do PISA - 2012.

A pesquisa evidenciou que a maior parte das questões da prova poderia ser resolvida com conceitos como proporção, porcentagem e operações de adição / subtração, multiplicação / divisão, não exigindo o conhecimento de função afim (ou linear), ao menos em sua forma algébrica.

Aproximadamente, metade das questões analisadas requeriam mais do que uma operação para ser resolvida ou a resolução de situações intermediárias. Este fato, acrescido da necessária interpretação de texto, a conversão de medidas demandada pelas situações, o contexto envolvido, muitas vezes distante da realidade dos alunos, podem tornar suas resoluções mais difíceis, muitas vezes impossibilitando ao estudante de obter a solução correta.

As questões não apresentaram grande variação na classificação, prevalecendo as proporções simples e comparações multiplicativas, no campo multiplicativo; e a composição de medidas, no campo aditivo. Assim, por não abrangerem todas as classes destes campos conceituais, foram evidenciadas diferenças entre as situações de função afim constantes nos livros didáticos (MIRANDA, 2019) e exigidos nesta avaliação externa. Outro descompasso observado foi a pouca demanda da forma algébrica da função afim ou linear, diferentemente do que acontece nos livros didáticos em que são comuns, o que pode gerar diferentes níveis de dificuldade para resolver tais situações.

No *corpus* analisado, a resolução das questões do PISA até a obtenção do resultado solicitado demandam que o estudante resolva diversas situações (principais e intermediárias), o que indica a necessidade de ampliar as pesquisas direcionadas a classificar situações de estrutura mista, relacionadas à função afim, e situações de estrutura multiplicativa, associadas à função linear, com vistas a estabelecer sua tipologia, fornecendo subsídios para a ação docente em relação a este objeto matemático.

6 Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no PISA 2018** [recurso eletrônico]. – Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando Multiplicação e Divisão:** Contribuição da Teoria dos Campos Conceituais. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 7. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

JOLANDEK, E. G.; PEREIRA, A. L.; MORAES, J. C. P.; MENDES, L. O. R. Vertentes sobre avaliação em larga escala e política educacional: possíveis lacunas à se preencher. **Revista Valore**, [S.l.], v. 3, p. 390-402, dez. 2018.

JOLANDEK, E. G.; PEREIRA, A. L.; RODRIGUES MENDES, L. O. Avaliação em larga escala e currículo: relações entre o PISA e a BNCC. **Com a Palavra, o Professor**, [S. l.], v. 4, n. 10, p. 245–268, 2019.

LIAO, T.; MOTTA, M. S.; FERNANDES, C. O. Avaliando o “PISA” de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 16, p. 01-20, jan./dez. 2021.

LIMA, R. L. **Avaliação em Geometria no PISA 2012: Uma análise do conteúdo e dos itens disponibilizados pelo INEP.** 2016. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2016.

LIMA, P. V. P.; MOREIRA, G. E.; VIEIRA, L. B.; ORTIGÃO, M. I. R. Brasil no Pisa (2003-2018): reflexões no campo da Matemática. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, Dourados, v. 3, n. 2, p. 3–26, 2020.

LIMA, P. V. P.; MOREIRA, G. E. O programa internacional de avaliação de estudantes: a avaliação de matemática e o cenário brasileiro. **Regae - Revista de Gestão e Avaliação Educacional**, Santa Maria, v. 11, n. 20, p. 1–22, 2022.

MIRANDA, C. A. **Situações que envolvem o conceito de função afim: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais.** 2019. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2019.

ORTIGÃO, M. I. R.; SANTOS, M. J. C.; LIMA, R. L. Letramento em Matemática no PISA: o que sabem e podem fazer os estudantes?. **Zetetiké,** Campinas, v.26, n.2, p.375-389, mai./ago. 2018.

PEREIRA, C. M. M. C.; MOREIRA, G. E. Brasil no Pisa 2003 e 2012: os estudantes e a matemática. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 50, n. 176, p. 475-493, 2020.

SILVA, A. F; HOED, R. M; SARAIVA, P. F. Comparação entre a educação brasileira e a de países com bons resultados no exame do PISA: um estudo a partir da Talis. **Revista Foco**, [S. l.], v. 16, n. 2, p. 1-29, 2023.

TIEPPO, S. M.; CAPPELIN, A.; ZANATTA, L. F.; NOGUEIRA, C. M. I.; REZENDE, V. Um panorama de situações do tipo misto em provas do Exame Nacional do Ensino Médio. **Ciência & Educação (Bauru),** v. 29, p. 1-17, 2023.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. A. **Addition and subtraction**: a cognitive perspective. 1. Ed. New Jersey: Lawrence Erbaun, p. 39-59, 1982.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: R. LESH; LANDAU, M. (Eds.), **Acquisition of math concepts and processes**. 1. ed. London: Academic Press, 1983, p. 127-174.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. 1. ed. Lisboa: Instituto Piaget, p. 155-191, 1996. Trad. Maria José Figueiredo

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. 1 ed. Curitiba: UFPR, 2014.

WERLE, F. O. C. Políticas de avaliação em larga escala na educação básica: do controle de resultados à intervenção nos processos de operacionalização do ensino. **Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação**, Rio de Janeiro, v. 19, n. 73, p. 769-792, dez. 2011.

Recebido em: 25 de abril de 2023

Aceito em: 06 de junho de 2023